

1.- Trobeu el domini de les següents funcions reals de variable real

a)  $f_1(x) = 2x + 3$                       b)  $f_2(x) = \frac{4x^3 + 3x}{8}$

c)  $f_3(x) = \frac{4x^3 + 3x}{8x}$                       d)  $f_5(x) = \frac{4x^3 + 3x}{8x - 1}$

e)  $f_6(x) = \frac{4x^3 + 10x^2 - 6x}{2x^3 - 18x}$                       f)  $f_7(x) = \sqrt[3]{4x - 2}$

g)  $f_7(x) = \sqrt[3]{4x - 2}$                       h)  $f_8(x) = \frac{4x^3 + 3x}{x^2 - 9}$

i)  $f_9(x) = \sqrt{2x - 1}$                       j)  $f_{10}(x) = \frac{4x^3 + 3x}{\sqrt{8x - 1}}$

k)  $f_{11}(x) = \sin(2x)$                       l)  $f_{12}(x) = \operatorname{tg}(2x)$

m)  $f_{13}(x) = \operatorname{tg}(2x + p)$                       n)  $f_{14}(x) = 5^{4x-5}$

o)  $f_{15}(x) = \sqrt{|2x - 1|}$

2.- Decidiu si les següents funcions reals de variable real, són parelles o imparelles.

a)  $f_1(x) = -2x + 5$                       b)  $f_2(x) = \frac{4x^3 + 3x}{8}$

c)  $f_3(x) = \frac{4x^3 + 3x}{8x}$                       d)  $f_5(x) = \frac{4x^3 + 3x}{8x - 1}$

e)  $f_6(x) = \frac{4x^3}{x^2 + 5}$                       f)  $f_7(x) = \cos(2x)$

3.- Decidiu si les següents funcions reals de variable real són injectives

a)  $f_1(x) = 5x - 4$                       b)  $f_2(x) = 5x^3 - 4$

c)  $f_3(x) = 3x^2 - 3$                       d)  $f_4(x) = \cos(2x)$

e)  $f_5(x) = 5^{4x-5}$                       f)  $f_6(x) = 5\cos(2x)$

- 4.- Considerem  $f(x)=x^2-1$ , i  $g(x)=x-x^2$ , calcula:  
 a)  $(f \circ g)(x)$                       b)  $(g \circ f)(x)$                       c)  $\text{dom}(g \circ f)$
- 5.- Fes la composició  $(g \circ f)$  de les funcions  $f(x) = \frac{4x+3}{x}$  i  $g(x) = 2x^3 + 5$ .
- 6.- Calcula l'inversa, si és possible, de les funcions següents:  
 a)  $f(x)=5x-3$                       b)  $g(x)=3$                       c)  $h(x)=x^3-1$                       d)  $y = \frac{x-2}{x}$
- 5.- Troba la funció inversa de la funció  $f(x) = \frac{2x-5}{7x-9}$  i comprova que  
 $(f \circ f^{-1})(x) = (f^{-1} \circ f)(x) = I(x)$
- 6.- Si  $f(x)=ax+3$  i  $g(x)=2x+b$ , quina relació han de complir a i b perquè  $(f \circ g) = (g \circ f)$ .
- 7.- Siguin les funcions  $f(x)=x+4$  i  $g(x)=2x-1$ , comprova que:  $(f \circ g)^{-1} = g^{-1} \circ f^{-1}$
- 8.- Troba la funció inversa i fes-ne la comprovació en cada cas, per a cadascuna de les funcions següents:  
 $f(x) = \frac{x-1}{x+2}$                        $g(x) = \sqrt{x^2-2}$                        $h(x) = \frac{1}{2}x+3$
- 9.- Donats els polinomis  
 $A(x) = x^3 - 3x^2 + 5x - \frac{3}{4}$                        $B(x) = -x^3 + \frac{7}{2}x + 3$                        $C(x) = 2x^2 - 4$   
 calcula:  
 a)  $A(x)+B(x)$                       b)  $A(x)-B(x)$                       c)  $5 \cdot B(x) - [A(x) - 3C(x)]$   
 d)  $-x^2[B(x)-C(x)]$                       e)  $B(x) \cdot C(x)$                       f)  $[C(x)^3]$   
 g)  $B(x):C(x)$                       h)  $A(x):B(x)$
- 10.- Efectua aquestes divisions. Aplica la regla de Ruffini quan sigui possible:  
 a)  $(6x^5 - 3x^4 + x + 1) : (-3x^3 + 2x + 4)$   
 b)  $x^6 : (x^4 + x^2 - 2)$   
 c)  $(2x^3 - x^2 + 3x) : (x - 1)$   
 d)  $(x^4 - 1) : (x + 1)$   
 e)  $x^3 : (x + 2)$   
 f)  $(x^6 - 1) : (x^2 + 1)$

- 11.- Determina els valors de a i b, de manera que quan dividim  $3x^4 - 12x^2 + ax + b$  per  $x^3 - 2x^2 + 3$  el residu sigui  $\frac{1}{2}$
- 12.- Troba el valor numèric d'aquests polinomis per al valor que s'indica:
- a)  $-\frac{3}{2}x^4 - 5x^3 + 4x - 2$  per a  $x = 12$
- b)  $-x^6 + x^4 - \sqrt{2}x^3 - x^2$  per a  $x = \sqrt{2}$
- c)  $\frac{2}{5}x^3 + \frac{1}{5}x^2 + \frac{3}{5}x + 1$  per a  $x = -5$
- 13.- Determina el valor de k per tal que la divisió  $(x^3 - 3x^2 + 5x + k):(x + 3)$  sigui exacta.
- 14.- Factoritza aquests polinomis i di quines són les seves arrels:
- a)  $x^4 - 1$  b)  $x^5 + x^4 - x - 1$
- c)  $x^4 + 4x^3 + 4x^2$  d)  $9x^2 + 30x + 25$
- e)  $x^4 - 3x^3 - 3x^2 + 11x - 6$  f)  $x^4 + x^3 - 2x^2$
- g)  $\frac{x^2}{9} - 9$  h)  $3x^2 + 3x + \frac{3}{4}$
- 15.- Calcula el m.c.d i el m.c.m. dels polinomis:
- a)  $P(x) = x^2 - 9$  i  $R(x) = x^2 - 6x + 9$
- b)  $P(x) = x^2 - 1$  i  $R(x) = 3x^2 - 6x + 3$
- c)  $A(x) = 3x^4 - 3$  i  $B(x) = 3x^2 - 3$
- d)  $A(x) = x^2 - 2x - 3$  i  $B(x) = x^3 + 2x^2 + x$
- e)  $A(x) = x^2 - 2x - 3$  i  $B(x) = x^3 + 2x^2 + x$  i  $C(x) = x^3 - 8x^2 + 21x - 18$
- 16.- Simplifica aquestes fraccions algèbriques:
- 17.- Calcula:
- a)  $\frac{2x - 1}{2x + 4} + \frac{1}{x^2 - 4} - \frac{3 - x}{x - 2}$  b)  $\frac{1 - x^2}{x^2 - x} \cdot \frac{3x}{x - 1}$  c)  $\frac{x^2 + 3}{x^2 + 1} - 5$
- d)  $\frac{x^2 - 4}{x^2 - 1} \cdot \frac{x + 1}{x + 2} \cdot \frac{x - 1}{x - 2}$  e)  $\frac{3}{x^2 - 1} + \frac{5}{x + 1} - \frac{2x}{x - 1}$  f)  $\frac{\frac{x^2 - 4}{x^2 + 1}}{\frac{3x}{x^2 - 4x + 4}}$   
 $x + 2$
- 18.- Donades les fraccions següents:  $A(x) = \frac{x - 2}{x^2 + 6x + 9}$   $B(x) = \frac{x + 3}{x^2 - 4}$ , calculeu  
 $A(x) \cdot B(x)$ ,  $A(x) : B(x)$ ,  $B(x) : A(x)$

19.- Calculeu els límits següents:

- a)  $\lim_{x \rightarrow 1} (x^2 + 2x + 5)$       b)  $\lim_{x \rightarrow 1} (3x^{-1} + 2x + 2)$       c)  $\lim_{x \rightarrow 1} \sqrt{x + 3x^2}$
- d)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 + 1}{1 - x^4}$       e)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + 1}{4 - x^3}$       f)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 + x}{x - x^4}$
- g)  $\lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{2x}{3x + 6}$       h)  $\lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{2x}{3x + 6}$       i)  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{2x}{3x + 6}$
- j)  $\lim_{x \rightarrow 2^-} \sqrt{x - 3}$       k)  $\lim_{x \rightarrow 3^+} \sqrt{x - 3}$       l)  $\lim_{x \rightarrow 3^-} \sqrt{x - 3}$
- m)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-3x^2 + 12x - 12}{2x^3 + 5}$       n)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 4x + 3}$       o)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 3x^2 + 3x - 1}{x^3 - 1}$
- p)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{2x^2 - 2x - 4}$       q)  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + 1}{1 - x^4}$       r)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + 1}{1 - x^4}$
- s)  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{5x^2 - 13x - 6}$       t)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 4x + 3}$       u)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 + 1}{1 - x^4}$
- w)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 4}{2x^2 - 2x - 4}$       x)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 - 3x^2 + 3x - 1}{x^3 - 1}$       y)  $\lim_{x \rightarrow \infty} 5^{\frac{x^2 - 4}{2x^2 - 2x - 4}}$

20.- Donades les funcions  $f(x) = \begin{cases} 2x + 5 & x < 2 \\ 3 & x = 2 \\ -x + 2 & x > 2 \end{cases}$  i  $g(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & x \leq 2 \\ x - 1 & x > 2 \end{cases}$

Trobeu, si existeixen, els límits:

- a)  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$       b)  $\lim_{x \rightarrow 1} g(x)$       c)  $\lim_{x \rightarrow 1} (f + g)(x)$       d)  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$
- e)  $\lim_{x \rightarrow 2} g(x)$       f)  $\lim_{x \rightarrow 2} (f / g)(x)$

21.- Estudieu la continuïtat de les funcions de l'exercici anterior.

22.-- Estudieu la continuïtat i les asímptotes de

- a)  $y = \frac{x^2 + 2x}{2x^2 + 2x - 4}$       b)  $y = \frac{5x^2 + 2x}{4x^2 + 9x - 9}$       c)  $y = \frac{5x}{2x^2 + 2x - 4}$
- d)  $y = \frac{5x^2 + 2x}{x^2 + 2x + 2}$       e)  $y = \frac{1}{2x^3 + 2x^2 - 4x}$       f)  $y = \frac{5x^2 + 2x}{x^2 - 2x}$

- 22.- Sabent que la funció  $y = \frac{ax+b}{cx+3}$  passa pel punt de coordenades  $(0, 7)$  i que les rectes  $x = 1$  i  $y = -2$  en són asímptotes. Trobeu els valors de a, b i c.