

## INDEX

### PRÈVIA

### PRIMERA

Global 1a

Recuperació 1a

### SEGONA

Global 2a

Recuperació 2a

### TERCERA

Global 3

### MAIG

## PREVIA

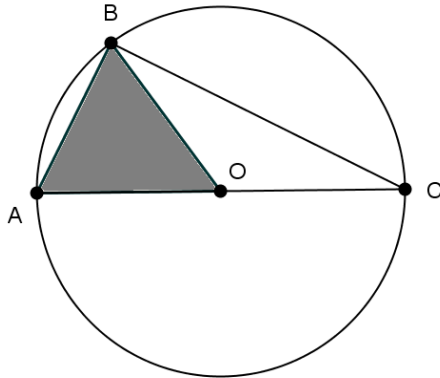
MODEL A

Codi B2. A0. 14-15

- 1.- Un nombre de dues xifres compleix que sumant-lo amb el que resulta de canviar l'ordre de les xifres és 88 i que la primera xifra és tres vegades la segona. Digueu de quin nombre es tracta.

- 2.- Considerem la funció  $f(x) = \frac{x^2 + x - 6}{2x^2 - 18}$ , estudeu-ne la continuïtat i trobeu les seves asímptotes.

- 3.- Si l'àrea ombrejada és igual a  $\sqrt{3}$ , quina és l'àrea del triangle  $ABC$ ?



- 4.- Estudieu el creixement i extrems de la funció ..  $y = \frac{4x + 8}{3x^2 - 12}$ .
- 5.- Considerem els punts  $A=(1,3)$ ,  $B=(-2,1)$   $C=(0,5)$ , raoneu que  $ABC$  formen un triangle, trobeu les equacions dels costats i la superfície d'aquest triangle

## PRIMERA

### MODEL A

Codi B2.A1.C1.14-15

- 1.- Enuncieu el teorema de Bolzano.  
Utilitzant el teorema de Bolzano, raoneu que:  
Si  $f$  és una funció contínua, definida a un interval  $[a,b]$  i  $k$  és un real tal que  $f(b) < k < f(a)$ , llavors existeixen punts  $c$  de l'interval  $(a,b)$  de manera que  $f(c)=k$ .
- 2.- Raoneu que l'equació  $x \cos x = 5$  té solucions reals negatives i majors que  $-10$ .  
Aproximeu-ne una amb un error menor a una dècima.
3. - Calculeu els límits següents:
  - a)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 + x^2 - 4x - 4}{2x^2 + 2x - 4}$
  - b)  $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x - \sqrt{x}} - \sqrt{x + \sqrt{x}})$
  - c)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{4x+5}{4x-3}\right)^{3x}$ .
- 4.- Es considera la família de funcions  $y = x \cdot e^{-kx}$  amb  $k$  un número real. Trobeu els valors de  $k$  pels quals la tangent en el punt d'abscissa 1, passa pel punt de coordenades  $(5,0)$ .

### MODEL B

Codi B2.A1.C1.14-15

- 1.- Enuncieu i raoneu la relació que existeix entre la continuïtat d'una funció en el punt  $x_0$  i la seva derivabilitat en  $x_0$ .
- 2.- Raoneu que l'equació  $e^{2x} = 10x$  té al menys una solució i a l'interval  $[0,1]$ . Aproximeu-la amb un error menor a un dècima.
3. - Calculeu els límits següents:
  - a)  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{2x^2 - 2x - 12}{x^2 - 3x - 10}$
  - b)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x^2 + 5x} - \sqrt{x^2 - 4}$
  - c)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x-5}{2x+3}\right)^{5x+1}$ .
- 4.- Es considera la família de funcions  $y = (x^2 - 1) \cdot e^{kx}$  amb  $k$  un número real.  
Trobeu els valors de  $k$  pels quals les tangents en els seus zeros són perpendiculars.

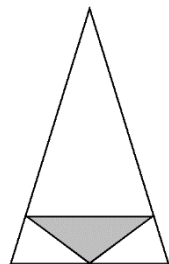
**MODEL A****Codi B2.A1.C2.14-15**

- 1.- Calculeu l'equació de les tangents a  $y = x^3 - 3x^2 - 4x + 8$ , que són paral·leles a la recta  $8x + 2y = 5$ .
- 2.- Un triangle isòsceles està inscrit dins un cercle de radi 50 cms .  
Entre quins valors està la superfície d'aquest triangle?
- 3.- Realitzeu un estudi gràfic de la funció  $y = \frac{x-5}{(2x+1)^2}$ .

**MODEL C****Codi B2.A1.C2.14-15**

- 1.- Enuncieu la regla de l'Hôpital.  
Utilitzeu-la per a calcular  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x^3}{e^{3x} - e^x}$
- 2.- La mida del costat desigual d'un triangle isòsceles és de 10 m i l'altura corresponent a aquest costat és de 5m. Dins aquest triangle hi volem inscriure un rectangle que té dos vèrtex consecutius sobre el costat desigual del triangle, i els altres dos vèrtex un a cada costat. Decisiu entre quins valors variarà la superfície d'aquest rectangle..
- 3.- Realitzeu un estudi gràfic de la funció  $y = \frac{(2x+3)^2}{x-2}$ .

**GLOBAL 1a****MODEL A****Codi B2.A1.A.14-15**

- A1.- Doneu el concepte de primitiva.  
Considerem les funcions  $f(x) = x \cdot \sqrt{3x^2 + 2}$  i  $g(x) = \frac{1}{x} + \frac{2}{x^2} + \frac{3}{x^3}$ .  
Si existeixen, trobeu  $F(x)$  i  $G(x)$  respectives primitives de  $f(x)$  i  $g(x)$  i que passen pel punt de coordenades  $(-1, 2)$ .
  - A2.- Dins un triangle isòsceles d'altura 15cms i costat desigual 12 cms hi inscrivim un altre triangle isòsceles que té el vèrtex coincidint amb el punt mitjà del costat desigual del primer triangle i on els costats desiguals dels dos triangles són paral·lels tal i com indica la figura.  
Digueu entre quins valors varia la superfície del triangle inscrit.
- 
- $$f(x) = \begin{cases} a\sqrt{x} - b & x \geq 1 \\ b(3x+2)^2 + x & x < 1 \end{cases} \quad \text{és}$$
- B1.- Trobeu els valors de  $a$  i  $b$ , sabent que la funció  
continua a tots els reals i que  $f'(-1) = -11$ .
  - B2.- Donada la funció  $y = x^3 - 2x + 3$ , trobeu l'equació de les tangents a aquesta funció que passen pel punt de coordenades  $(-2, -1)$ .
  - B3.- Raoneu l'existència de solucions de l'equació  $6x^3 + x^2 = 5 - x$ .  
En el cas que existeixin aproximeu-ne una amb un error menor a una dècima.
  - B4.- Enuncieu i raoneu breument el teorema dels increments finits.  
Apliqueu-lo, si es pot, a la funció  $y = x^2 e^{1-x^2}$  a l'interval  $[-1, 1]$  i doneu el punt predit pel teorema.

- B5.- A la funció  $y = x^3 + ax^2 + bx + c$ , trobeu els coeficients  $a$ ,  $b$  i  $c$  sabent que passa per  $(0,2)$  i que el  $(2, -22)$  és un punt d'inflexió.

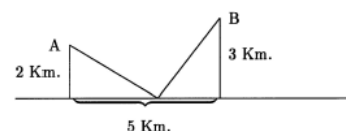
## RECUPERACIO 1a

MODEL A

Codi B2.A1.R.14-15

### Presenteu les preguntes A

- A1 Una via de tren passa a 2 km del poble A i a 3 km del poble B, de manera que el tram de via comprès entre ambdós pobles és de 5 km, tal com s'indica en la figura. Volem construir una nova estació ferroviària i una carretera formada per dos trams rectes que uneixi A amb B passant per l'estació. En quin punt del tram de via hem de col·locar l'estació si volem que el recorregut de A a B passant per la nova carretera sigui mínim? Quina serà la longitud total de la nova carretera?



- A2.- Donada la funció  $y = \frac{3}{x^2 + 1}$ , trobeu les equacions de les tangents a aquesta funció, que passen pel punt de coordenades  $(0,3)$ .

### Escolliu i presenteu tres de les preguntes B:

- B1.- Enuncieu i raoneu breument el teorema dels increments finits. Apliqueu-lo, si es pot, a la funció  $y = x^3 + 4x^2 + 2x + 1$  i l'interval  $[-3, 0]$ .

- B2 Doneu el concepte de primitiva i trobeu la primitiva de  $f(x) = \frac{e^{2x} + e^x + 1}{e^x}$  que passa pel punt de coordenades  $(1, 0)$ .

- B3.- De la funció  $f(x) = \frac{ax^2 + bx}{x - 1}$  en sabem que la recta  $y = 2x - 3$  li és una asímptota. Trobeu els valors de  $a$  i  $b$ . i estudeu-ne el creixement i extrems.

- B4.- Estudieu els intervals de creixement i decreixement, màxims i mínims de la funció  $y = x^3 \ln x$  definida per a  $x > 0$ . Calculeu el límit d'aquesta funció quan  $x$  tendeix a zero per la dreta. Dibuixeu un esquema senzill del gràfic d'aquesta funció.

- B5.- Enuncieu el teorema de Bolzano. Usant el teorema de Bolzano, raoneu que l'equació  $5x + \sin x = 1$  té almenys una solució. Aproximeu aquesta solució amb un error menor a una dècima.

**SEGONA****MODEL A****Codi B2.A2.C1.14-15**

1.- Resoleu les següents integrals:

a)  $\int \frac{x}{x^2+x-2} dx$

b)  $\int x \cos(2x) dx$

c)  $\int \sqrt{27-3x^2} dx$

e)  $\int \frac{-x^2+1}{x^3-3x-5} dx$

2.- Trobeu una primitiva de  $y = \frac{\ln x^4}{x}$ , que passi pel punt de coordenades (-1,4).**MODEL B****Codi B2.A2.C1.14-15**

1.- Resoleu les següents integrals:

a)  $\int \frac{x}{x^3+6x^2+9x} dx$

b)  $\int x \cdot \ln x^3 dx$

c)  $\int \sqrt{9-4x^2} dx$

e)  $\int \frac{x}{\sqrt{4-x^2}} dx$

2.- Trobeu una primitiva de  $y = \sin^3 x \cos x$ , que passi pel punt de coordenades (0,5).**MODEL A****Codi B2.C2\_a.A2.14-15-10**(1) 1.- Trobeu el valor del coeficient k de manera que l'àrea limitada per la funció  $f(x) = -2x^2 + k$  i l'eix d'abscisses sigui de  $72 u^2$ .(2) 2.- Trobeu l'àrea del recinte limitat pel gràfic de la paràbola  $y = 2x^2 + 8x$  i les seves tangents en els seus zeros.(2) 3 Donada  $f(x) = \begin{cases} 2x+k & x < 1 \\ \frac{2}{x} & x > 1 \end{cases}$  trobeu els valors de k si  $\int_0^4 f(x) dx = 8$ .**MODEL B****Codi B2.C2\_a.A2.14-15-10**(1) 1.- Calculeu l'àrea limitada pel gràfic de la funció  $y = 3x^3 - 6x$  i l'eix de les X.(2) 2.- Trobeu el valor del paràmetre k, sabent que  $\int_{k+1}^{2k} \frac{dx}{x-k} = -3$ .(2) 3.- Calculeu l'àrea de la regió del pla limitada per la gràfica de la funció  $y = 2x e^{2x}$ , l'eix de les abscisses i les rectes  $x = -1$  i  $x = 0$ .

MODEL A	Codi	B2.A2.C3.14-15
(2)A1.- a) Doneu el concepte de subespai vectorial. b) A $R^4$ considerem els conjunts: $S_1 = \{(x, y, z, t)   x + t = 2y + 1\}$ i $S_2 = \{(x, y, z, t)   x + y + t^2 = 0\}$ . Decidiu si són subespais.		
(2)A2.- Considerem l'aplicació $f: R^3 \rightarrow R^2$ definida per $f(x, y, z) = (2x + y, 3z - y)$ . Raoneu $f$ que és lineal i trobeu la matriu de $f$ .		
(3)A3.- a) Raoneu i enuncieu el concepte de components d'un vector en una base. b) Un vector referit a la base $\vec{u}_1, \vec{u}_2, \vec{u}_3$ és el $\vec{w} = (2, -1, 3)$ . Quines són les seves components a la base $\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3$ sabent que $\vec{u}_1 = 3\vec{v}_1 + 2\vec{v}_3$ , $\vec{u}_2 = 3\vec{v}_1 - 2\vec{v}_3$ i $\vec{u}_3 = 3\vec{v}_2$ .		
(3)B1.- Donats els vectors de $R^3$ $u_1 = (p, 3, 3)$ , $u_2 = (3, p, 3)$ i $u_3 = (0, 1, 1)$ . Decidiu per quins valors del paràmetre $p$ , els vectors $u_1, u_2, u_3$ són base de $R^3$ .		
(3)B2.- Decidiu per quins valors del paràmetre $a$ els vectors $\vec{v}_1 = (a, -2, 1)$ , $\vec{v}_2 = (a, 1, 2)$ i $\vec{v}_3 = (3, -3, 0)$ generen un subespai vectorial de dimensió 2.		

MODEL B	Codi	B2.A2.C3.14-15-
(2)A1.- Sigui $S = \{(x, y, z)   x + z = 2y; y - z = 0\}$ Decidiu si $S$ és subespai vectorial, en cas afirmatiu, trobeu una base de $S$ i la seva dimensió.		
(2)A2.- Considerem l'aplicació $f: R^3 \rightarrow R^3$ definida per $f(x, y, z) = (2x + y, 3z - y, x + y + z)$ . Raoneu $f$ que és lineal i trobeu la matriu de $f$ .		
(3)A3.- a) Raoneu i enuncieu el concepte de components d'un vector en una base. b) Un vector referit a la base $\vec{u}_1, \vec{u}_2, \vec{u}_3$ és el $\vec{w} = (2, -1, 3)$ . Quines són les seves components a la base $\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3$ sabent que $\vec{u}_1 = 3\vec{v}_1 + 2\vec{v}_3$ , $\vec{u}_2 = 3\vec{v}_1 - 2\vec{v}_3$ i $\vec{u}_3 = 3\vec{v}_2$ .		
(3)B1.- Donats els vectors de $R^3$ $u_1 = (p, 3, 3)$ , $u_2 = (3, p, 3)$ i $u_3 = (0, 2, 2)$ . Decidiu per quins valors del paràmetre $p$ , els vectors $u_1, u_2, u_3$ són base de $R^3$ .		
(3)B2.- Donats els vectors $(p, -3, 2)$ , $(2, 3, p)$ i $(4, 6, -4)$ , calculeu els valors del paràmetre $p$ si sabem que generen un subespai de dimensió 1.		

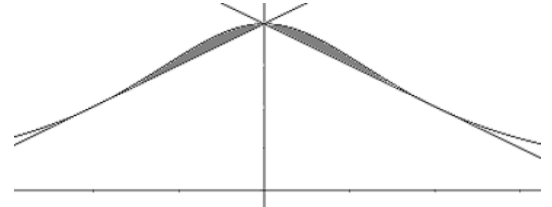
## GLOBAL 2a

MODEL A

Codi B2.A2.A.14-15

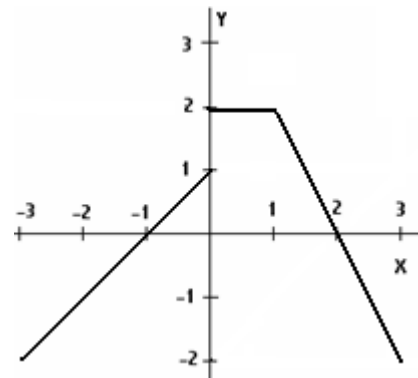
- A1.- a) Raoneu i enuncieu el concepte de components d'un vector en una base.  
 b) Considerem  $\vec{u}_1 = (0, 1, 5)$ ,  $\vec{u}_2 = (5, 0, 5)$  i  $\vec{u}_3 = (0, 1, 1)$ , raoneu que  $\vec{u}_1, \vec{u}_2, \vec{u}_3$  són base de  $\mathbb{R}^3$  i trobeu les components del vector  $\vec{w} = (5, 2, 3)$  a la base  $\vec{u}_1, \vec{u}_2, \vec{u}_3$ .

- A2.- Donada la funció  $y = \frac{k}{1+x^2}$ , trobeu k si l'àrea limitada per la gràfica i les seves tangents en els punts  $x=-1$  i  $x=1$ , és de 1 u.d.s.

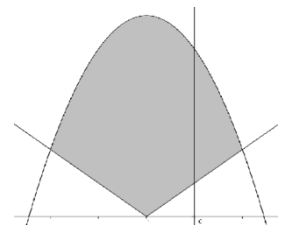


- A3.- a) Sabent que A i B son matrius quadrades d'ordre 4, i que  $\det(A) = 3$  i  $\det(B) = -2$ . doneu el valor de k si  $\det(k \cdot A^2 \cdot B) = -72$ .

- b) Trobeu el valor de  $\int_{-3}^3 f(x) dx$ , sabent que el gràfic de f és:



- B1.- Calculeu l'àrea de la regió del pla limitada pels gràfics de la paràbola  $y = -x^2 - 2x + 5$  i la funció  $y = |x + 1|$  entre els seus punts de tall.



- B2.- Considerem l'aplicació  $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  que sabem que és lineal.  
 $(x, y, z) \rightarrow (x+z, x, -x+y)$

Trobeu les matrius de f, de  $f^2 = f \circ f$ ,  $f^3 = f \circ f \circ f$ ,  $f^4$ , i  $f^{529}$ .

- B3.- Trobeu els valors del paràmetre a si els vectors  $(1, a, 1)$ ,  $(2, 8, a)$  i  $(1, 4, 1)$  generen un subespai de dimensió 2. Per aquests valors doneu una base del subespai generat.



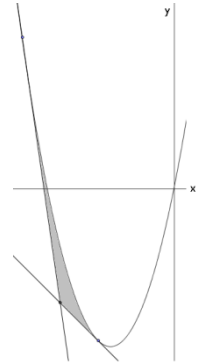
## RECUPERACIO 2a

MODEL A

Codi B2.A2.R.14-15

### Presenteu els problemes A.

- A1.- Donada la paràbola d'equació  $y = 3x^2 + 5x$ , calculeu l'àrea limitada per aquesta corba i les tangents en els punts d'abscissa -1 i -2.



- A2.- Decidiu per quins valors del paràmetre  $a$  els vectors  $\vec{v}_1 = (a, -2, 1)$ ,  $\vec{v}_2 = (a, 1, 2)$  i  $\vec{v}_3 = (3, -3, -2)$  són base de  $\mathbb{R}^3$ ; per aquests valors del paràmetre, trobeu les components del vector  $\vec{w} = (3, -6, -3)$  a la nova base.

- A3.- a) Sabent que les aplicacions

$$f: \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^2 \quad \text{i} \quad g: \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}^3$$

$$(x, y, z) \longrightarrow (y + z, 2x - z) \quad (x, y) \longrightarrow (y, -x, x + y)$$

són lineals, trobeu les seves matrius i la matriu de  $f \circ g$ .

- b) Trobeu els valors de  $k$  pels quals  $\int_0^{\sqrt{k}} 4 \cdot x \cdot \sqrt{x^2 + k} \cdot dx = 2$ .

### Escolliu i presenteu dues de les preguntes B.

- B1.- Considerem la funció  $f(x) = \begin{cases} a \cdot \sqrt[3]{2x} + x & x \leq 1 \\ \frac{2 \cdot b}{x^2} - \frac{b}{x} & x > 1 \end{cases}$

determineu  $a$  i  $b$  sabent que  $f$  és contínua a tots els reals i que  $\int_1^2 f(x) \cdot dx = 1$ .

- B2.- a) Raoneu i enuncieu el concepte de components d'un vector en una base.

b) Un vector referit a la base  $\vec{u}_1, \vec{u}_2, \vec{u}_3$  és  $\vec{w} = (1, 2, 3)$ .

Trobeu les seves components a la base  $\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3$ , sabent que  $\vec{u}_1 = -3\vec{v}_1 + 2\vec{v}_3$ ,  $\vec{u}_2 = -2\vec{v}_2 + \vec{v}_3$  i  $\vec{u}_3 = \vec{v}_1 - \vec{v}_3$ .

- B3.- Raoneu que  $S = \{(x, y, z) \mid 2x + z = 0, x + y + z = 0\}$  és subespai vectorial de  $\mathbb{R}^3$ .

Trobeu-li una base i digueu quina és la seva dimensió.

Decidiu si el vector  $(-1, -1, 2)$  és d'aquest subespai.

## TERCERA

**MODEL A****Codi B2.A3.C1.14-15**

- 1.- Sabent que A i B són dues matrius quadrades d'ordre 3, de determinants respectivament  $\det(A) = 5$  i  $\det(B) = -2$ , raoneu, si es pot, els valors de:
- a)  $\det(3A)$     b)  $\det(A \cdot B)$
  - c)  $\det(A^t \cdot B \cdot A^{-1})$                           d)  $\det(2A \cdot (3B)^{-1})$
- on  $A^t$  és la transposada de A.
- 2.- Discussiu i resolcu quan sigui possible el sistema d'equacions lineals  $\begin{cases} 2x + 3ay + z = 1 \\ 2x + 2y + z = 1 \\ 2x + 2y + 2az = 1 \end{cases}$

**MODEL B****Codi B2.A3.C1.14-15**

- 1.- Considerem un sistema d'equacions lineals amb n incògnites, on A és la matriu de coeficients i  $A^m$  l'amplificada. Diguen que en podem afirmar si
- a)  $\text{rang } A = \text{rang } A^m = n-2$                       b)  $\text{rang } A = \text{rang } A^m = n$
  - c)  $\text{rang } A = (\text{rang } A^m) - 1$                       d)  $\text{rang } A = \text{rang } A^m = n-1$
- 2.- Discussiu i resolcu quan sigui possible el sistema d'equacions lineals  $\begin{cases} ax + y + z = 1 \\ ax + (a-1)y + z = 1 \\ 2x + y + z = 1 \end{cases}$ .

**MODEL A****Codi B2.A3.C2.14-15**

- 1.- Sigui r la recta que passa per  $A=(a_1, a_2, a_3)$  i té la direcció  $\vec{v} = (v_1, v_2, v_3)$  i s la que passa per  $B=(b_1, b_2, b_3)$  i té la direcció  $\vec{w} = (w_1, w_2, w_3)$ . Diguen la posició relativa que poden tenir r i s i les condicions que compleixen en aquests casos  $a_1, a_2, a_3, v_1, v_2, v_3, b_1, b_2, b_3, w_1, w_2, w_3$ .
- 2.- Considerem la recta r, que passa per  $(2, 1, -3)$  i  $(2, 2, 4)$ .
- a) Trobeu l'equació reduïda de r.
  - b) Decidiu el valor del paràmetre a, si la recta r és paral·lela al pla  $\pi: x + y + az + 2 = 0$ .
- 3.- Sabem que els plans  $\pi_1: 2x + y = 1$ ,  $\pi_2: x + y - 2z = 1$  i  $\pi_3: 3x + y + az = b$  es tallen en una recta r. Determineu a i b i l'equació de r.

**MODEL B****Codi B2.A3.C2.14-15**

- 1.- Sigui  $r$  la recta que passa per  $A=(a_1, a_2, a_3)$  i té la direcció  $\vec{v} = (v_1, v_2, v_3)$  i  $\pi$  el pla d'equació  $Ax + By + Cz + D = 0$   
Digueu la posició relativa que poden tenir  $r$  i  $\pi$  i les condicions que compleixen en aquests casos  $A, B, C, D, a_1, a_2, a_3, v_1, v_2, v_3$ .
- 2.- Considerem les rectes  $r: \frac{x-2}{3} = \frac{3-y}{4} = \frac{z-1}{2}$  i  $s: 3x = 2y = 6z$  trobeu l'equació del pla que passa per  $(1, 0, -1)$  i és paral·lel a  $r$  i  $s$ .
- 3.- Sabem que els plans  $\pi_1: 2y - 2z = 1$ ,  $\pi_2: 3x + z = 4$  i  $\pi_3: 12x + 4y = a$  es tallen en una recta  $r$ .  
Determineu  $a$  i l'equació de  $r$ .

**MODEL A****Codi B2.A3.C3.14-15**

- 1.- Si  $r: \frac{x-a_1}{v_1} = \frac{y-a_2}{v_2} = \frac{z-a_3}{v_3}$  i  $\pi: Ax+By+Cz+D=0$  són les equacions d'una recta i d'un pla, digueu quines són les seves posicions relatives i enuncieu-ne les condicions que es compleixen en cada cas.
- 2.- Discussiu i resoleu quan sigui possible el següent sistema d'equacions en funció del paràmetre  $a$ .  
Si identifiquem cada equació amb un pla, feu-ne també una interpretació geomètrica de les solucions.
- $$\begin{cases} x + y + z = 1 \\ 2ax - 2y - 4z = a \\ x - ay - 3z = 0 \end{cases}$$
- 3.- Considerem les rectes  $r: x = 2y - 2 = z - 5$  i  $s: x - 2 = ay = z - a$ ,  
Estudieu en funció del paràmetre  $a$  la seva posició relativa.  
Quan determinen un pla, trobeu l'equació del pla
- 4.- Siguin  $A=(0,0,-3)$ ,  $B=(3,0,0)$ ,  $C=(3,3,3)$  i  $D$  un punt situat sobre l'eix de les  $Y$ .  
Trobeu:  
a) Superfície del triangle  $ABC$ .  
b) Coordenades del punt  $D$  si el tetràedre de vèrtexs  $ABCD$  té un volum de  $5 u^3$ .

**MODEL B****Codi B2.A3.C2.14-15**

- 1.- Si  $r:(x,y,z)=(a_1,a_2,a_3) + \lambda(v_1,v_2,v_3)$  i  $s:(x,y,z)=(b_1,b_2,b_3) + \mu(w_1,w_2,w_3)$  digueu quines són les seves posicions relatives i enuncieu-ne les condicions que es compleixen en cada cas.
- 2.- Considerem el sistema 
$$\begin{cases} x - 3y + 2z = 1 \\ 4x + 3y - az = 4 \\ x + ay + 2z = 1 \end{cases}$$
- a) discutiu-lo i resoleu-lo quan sigui possible.  
b) Feu-ne una interpretació geomètrica de les solucions.
- 3.- Si considerem el pla  $\pi: 2x + y + z = 11$  i el punt  $P = (7, 5, 4)$ , trobeu:  
a) El peu de la perpendicular de P sobre  $\pi$ . (Projecció ortogonal de P sobre  $\pi$ ).  
b) El punt simètric de P respecte del pla  $\pi$ .
- 4.- Considerem el tetràedre de vèrtexs  $A=(1, 0, 2)$ ,  $B=(1, 2, 0)$ ,  $C=(0, 1, 1)$  i D un punt de la recta 
$$\begin{cases} x = -2y \\ z = y + 3 \end{cases}$$
- Trobeu les coordenades del punt D sabent que el volum del tetraedre ABCD és de  $3 u^3$ .

**GLOBAL 3a****MODEL A****Codi B2.A3.A.14-15**

- ) A1.- Donat el sistema 
$$\begin{cases} ax - y + z = 1 \\ -x + ay + z = -a \\ x + 3y + 2z = 1 \end{cases}$$
- Discutiu-lo i resoleu-lo, quan sigui possible, en funció del paràmetre a.  
Feu-ne també una interpretació geomètrica de les solucions.
- A2.- Si  $r:(x,y,z)=(a_1,a_2,a_3) + \lambda(v_1,v_2,v_3)$  i  $s:(x,y,z)=(b_1,b_2,b_3) + \mu(w_1,w_2,w_3)$  digueu quines són les seves posicions relatives i enuncieu-ne les condicions que es compleixen en cada cas.
- A3.- Considerem les rectes  $r: x-a = ay = z-2$  i  $s: \begin{cases} x - 3y - 2 = 0 \\ z - 3y + 3 = 0 \end{cases}$ .
- Estudieu la seva posició relativa en funció del paràmetre.  
Quan determinen un pla, trobeu l'equació del pla.
- B1.- Siguin els punt  $P=(1, 1, 0)$ ,  $Q=(1, 0, 1)$  i  $R=(0, 1, 1)$  i el pla  $\pi: x + y + z = 4$ .
- a) Trobeu l'equació general del pla PQR.  
b) Si S és un punt de  $\pi$ , comproveu que el volum del tetraedre de vèrtexs P, Q, R i S no depèn del punt S.

- B2.- Considereu el punt (1, 2, 3).  
 a) Calculeu el punt simètric del punt A respecte de la recta d'equació  
 $r: (x, y, z) = (3 + \lambda, 1, 3 - \lambda)$ .  
 b) Calculeu el punt simètric del punt A respecte del pla que té per equació  
 $x + y + z = 3$ .

- B3.- Considerem les rectes  $r: 4x=2y=z$  i  $s$  que passa per (1,0,0) i (1,2,2).  
 Trobeu l'equació de la recta que talla perpendicularment a  $r$  i  $s$ .

B4.- Considerem les matrius  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 0 & 2 & 0 \\ -1 & 1 & -2 \end{pmatrix}$  i  $C = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 0 \\ 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}$

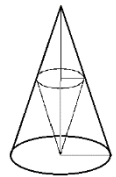
Trobeu una matriu X de manera que:  $AXB - 2C = B$ .

## MAIG

- 1.1.- De la funció  $y = \frac{a \cdot x^3}{(2x-3)^2}$  en sabem que la recta  $y = -x - 3$  n'és una asímptota.  
 Trobeu el valor de  $a$  i estudeu-ne les asímptotes, el creixement i extrems.

- 1.2.- Donada la paràbola  $y = x^2 - 5x + 7$ , trobeu l'equació de les rectes tangents a aquesta paràbola que passen pel punt de coordenades (1, 2).

- 1.3.- A un con de volum  $9 \text{ dm}^3$  hi inscrivim un altre con que té el vèrtex al centre de la base del primer i les dues bases són paral·leles.  
 Digues entre quins valors varia el volum del con inscrit.

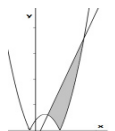


- 1.4.- Considerem la funció  $f(x) = x^3 + 3x^2 - 5$ , estudeu-ne els seus màxims i mínims i els intervals de creixement.  
 Observant els extrems i el creixement d'aquesta funció, que en podem afirmar de les solucions de l'equació  $x^3 + 3x^2 - 5 = 0$ .

●1.5.- Considerem la funció  $f(x) = \begin{cases} \frac{b \cdot \sin(2x)}{x} & x < 0 \\ \frac{a \cdot x - a}{x^2 + x + 1} & x \geq 0 \end{cases}$ .

Trobeu els valors de  $a$  i  $b$  que fan que  $f$  sigui contínua a tots els reals i que la seva tangent en el punt d'abscissa 1 sigui paral·lela a la recta  $2y = x$ .

- 2.1- Trobeu l'àrea de la regió del pla limitada pels gràfics de  $y = |2x^2 - 3x - 2|$  i  $-5x + y = -2$  entre els seus punts de tall.



- 2.2- a) Enuncieu i raoneu breument la fórmula d'integració per parts.  
 b) Calculeu l'àrea de la regió del pla limitada per la gràfica de la funció  $y = x^2 e^{2x}$ , l'eix de les abscisses i les rectes  $x=0$  i  $x=1$ .

- 2.3.- a) Trobeu els valors de k pels quals  $\int_{k+1}^{2k} \frac{dx}{x-k} = 5$ .
- b) Considerem els vectors  $(p,-3,2)$ ,  $(2,3,p)$  i  $(4,6,-4)$ , calculeu els valors del paràmetre p si sabem que generen un subespai de dimensió 1.
- 2.4.- Considerem els vectors de  $\mathbb{R}^3$   $\vec{u}_1 = (1,p,1)$ ,  $\vec{u}_2 = (p,-1,1)$ ,  $\vec{u}_3 = (-5,0,1)$ .  
Decidiu per quins valors del paràmetre p, els vectors  $u_1, u_2, u_3$  són una base de  $\mathbb{R}^3$ .  
Trobeu les components del vector  $(1,1,1)$  a la base de les u .
- 2.5.- Considerem la matriu  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & k & 0 \end{pmatrix}$  amb k real .  
Si  $A^2=A \cdot A$ ,  $A^3=A \cdot A \cdot A$ , ...  $A^n = \overbrace{A \cdot \dots \cdot A}^n$ ,  
Trobeu:  $A^3$  i la inversa de  $A^3$ ; calculeu també  $A^{2015}$  .
- 3.1.- Considerem els plans d'equacions  $\pi_1: ax + y + 2z = 1$ ;  $\pi_2: 2x + y + az = 1$  i  $\pi_3: x + 2y - 2z = 1$  . Estudieu en funció del paràmetre a la posició relativa dels tres plans i quan tinguin punts en comú, trobeu-los.
- 3.2.- Considerem la recta d'equacions  $r: \begin{cases} 3x + 2y + z = 1 \\ x + y + z = 4 \end{cases}$   
Trobeu l'equació del pla  $\pi$  que passa per  $(1,1,1)$  i conté r.  
Estudieu en funció del paràmetre a, la posició relativa de  $\pi$  amb la recta  $ax = -ay = z$ .
- 3.3. Considerem la família de plans  $\pi_a: x + 2y + az = 1$ , i la recta r que passa pels punts de coordenades  $(1, -2, 6)$  i  $(2, 0, 2)$ .  
Trobeu l'equació reduïda de la recta r i el valor del paràmetre a si la distància de  $\pi_a$  al punt  $(1,1,1)$  és 1; en aquest cas , quin angle formen r i aquest pla?
- 3.4.- Donades les rectes  $r: 2x = y + 1 = \frac{z+1}{a}$  i  $s: \begin{cases} y - 2x = a \\ 3x - z = 1 \end{cases}$   
estudieu-ne la seva posició relativa en funció de a doneu en funció del paràmetre a.  
Trobeu també en funció de a, la distància entre r i s.
- 3.5.- Considerem els punts  $A=(2,-1,3)$ ,  $B=(2,1,1)$  i  $C=(1,2,-1)$  i D un punt de la recta d'equacions  $x - 1 = y - 2 = 2z + 3$ .  
Trobeu l'àrea del triangle ABC i les coordenades de D si el volum del tetràedre de vèrtexs ABCD és de  $1 u^3$ .