

# INDEX

## PRÈVIA

### PRIMERA

Global 1a

Recuperació 1

### SEGONA

Global 2a

Recuperació 2

### TERCERA

Global 3a

## MAIG

## Prèvia

MODEL A

Codi B2. A0. 13-14

1.- Un nombre de dues xifres compleix que sumant-lo amb el que resulta de canviar l'ordre de les xifres és 88 i que la primera xifra és tres vegades la segona. Digueu de quin nombre es tracta.

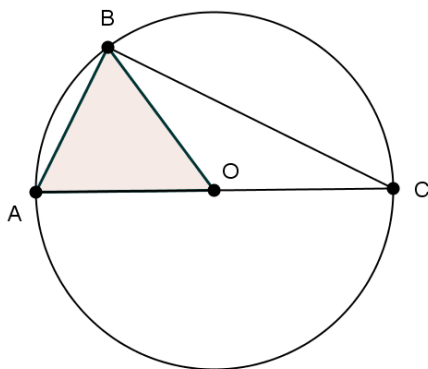
2.- Ordena de menor a major

$$A=20^{13} \quad B=2^{0+13} \quad C=201^3 \quad D=201^{23} \quad E=20 \cdot 13$$

3.- Considerem la funció  $f(x) = \frac{x^2 + x - 2}{2x^2 - 2x - 12}$ , estudeu-ne la continuïtat i trobeu les seves asímptotes.

4.- Trobeu l'equació de les rectes tangents a la funció  $y = 2x^2 - 7x - 15$  en els seus zeros.

5.- Si l'àrea ombrejada és igual a  $\sqrt{3}$ , quina és l'àrea del triangle  $ABC$ ?



6.- Estudieu el creixement i extrems de la funció  $y = \frac{4x + 8}{3x^2 - 12}$ .

7.- Considerem els punts  $A=(1,3)$ ,  $B=(-2,1)$   $C=(0,5)$ , raoneu que ABC formen un triangle, i decideu si és un triangle rectangle o no.

## PRIMERA

MODEL	A	Codi	B2.A1.C1.13-14
1.-	a) Diguen que entenem per discontinuïtat evitable i poseu-ne un exemple. b) Raoneu que si $y=f(x)$ i $y=g(x)$ són dues funcions reals de variable real invertibles, llavors $(f \circ g)^{-1} = g^{-1} \circ f^{-1}$ .		
2.-	Raoneu que l'equació $x^3 + 5x^2 = 7$ té solució a l'interval $[-5, -4]$ . Aproximeu-la amb un error menor a una dècima.		
3.	Calculeu els límits següents:		
	a) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{2x^2 - 2x - 12}{x^2 - 3x - 10}$	b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x^2 + 5x} - \sqrt{x^2 - 4}$	
	c) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{3x+5}{3x+1} \right)^{x-2}$	d) $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{4 - \sqrt{x^2 + 7}}{3x + 9}$	
4.-	Donada la funció, $y = \frac{6e^x}{5 - 2e^x}$ estudieu-ne la continuïtat i trobeu-ne les asímptotes.		
5.-	Trobeu els valors de a i b, sabent que la funció $f(x) = \begin{cases} a\sqrt{x} + b & x \geq 2 \\ b(x-1)^2 + x & x < 2 \end{cases}$ és contínua a tots els reals i que $f(-2) = 1$ .		

MODEL	B	Codi	B2.A1.C1.13-14
1.-	Enuncieu el teorema de Bolzano. Utilitzant el teorema de Bolzano, raoneu que: Si f és una funció contínua, definida a un interval $[a, b]$ i k és un real tal que $f(b) < k < f(a)$ , llavors existeixen punts c de l'interval $(a, b)$ de manera que $f(c) = k$ .		
2.-	Raoneu que l'equació $e^{2x} = 10x$ té al menys una solució i a l'interval $[0, 1]$ . Aproximeu-la amb un error menor a un dècima.		
3.	Calculeu els límits següents:		
	a) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{2x^2 + 2x - 4}{x^3 + x^2 - 4x - 4}$	b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \sqrt{x + \sqrt{x}} - \sqrt{x - \sqrt{x}} \right)$	
	c) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2x+3}{2x-1} \right)^{x+2}$	d) $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{3x+9}{4 - \sqrt{x^2 + 7}}$	
4.-	Donada la funció $f(x) = \frac{3e^x}{e^x - 5}$ Estudieu-ne la continuïtat i el signe.		
5.-	Estudieu la continuïtat de la funció $f(x) = \ln \frac{2x+4}{x^2-9}$ .		

MODEL	A	Codi	B2.A1.C2.13-14
-------	---	------	----------------

- 1.- Enuncieu la regla de l'Hôpital.  
Apliqueu-la, si es pot, per a calcular  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{5x} + e^{-5x} - 2}{\sin^2 x}$ .
- 2.- Estudieu la concavitat de la funció  $y = x^3 e^x$ .
- 3.- Trobeu l'equació de les rectes tangents a  $f(x) = \frac{2x}{1-x}$ , que passen pel punt de coordenades (5,2).
- 4.- Entre quins valors varia la superfície dels triangles isòsceles que tenen un perímetre de 6 m?

### Global 1a

MODEL	A	Codi	B2.A1.A.13-14
-------	---	------	---------------

#### Presenteu les preguntes A.

- A1.- Enuncieu i raoneu el teorema dels increments finits.  
Apliqueu-lo, si es pot, a la funció  $y = x^2 e^{1-x^2}$  a l'interval  $[-1, 1]$  i doneu el punt predit pel teorema.
- A2.- Un triangle isòsceles té dos costats iguals de 15 cms cadascun i el costat desigual amida 18 cms. Dins aquest triangle, inscrivim un rectangle on un costat del rectangle reposa sobre el costat desigual del triangle. Entre quins valors variarà l'àrea del rectangle?

#### Presenteu tres de les preguntes B.

- B1.- Sigui  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  la funció  $f(x) = e^x(ax + b)$ , on a i b són nombres reals.
  - a) Calculeu els valors de a i b per tal que tingui un extrem relatiu en el punt  $(3, e^3)$ .
  - b) Per aquests valors de a i b, digueu quin tipus d'extrem té la funció en el punt esmentat.
- B2.- Trobeu l'equació de les rectes tangents a la funció  $f(x) = x^3 - 2x^2 - 2x + 7$ , que passen pel punt de coordenades  $(-4, -9)$ .
- B3.- Considerem la funció  $f(x) = 2x^3 + 4x^2 + 3$ .
  - a) Raoneu que com a mínim té un zero real.
  - b) Estudiant-ne el creixement i extrems, raoneu que té un únic zero.
  - c) Aproximeu-lo amb un error menor a una dècima.
- B4.- Digueu que entenem per asímptota d'una funció i com es calculen els diferents tipus d'asímptota.  
Estudieu les asímptotes de la funció  $y = \frac{3e^x + 6}{2e^x - 3}$ .

## Recuperació 1a

MODEL A

Codi B2.A1.R.13-14

Presenteu cinc les preguntes següents:

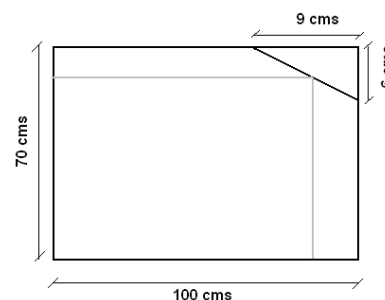
- 1.- De la funció  $g(x) = \begin{cases} a \cdot \frac{\sin(2x)}{x} & x < 0 \\ 2x^3 + bx^2 + b & x \geq 0 \end{cases}$  en sabem que és contínua a tots els reals i

que la seva tangent en el punt d'abscissa 2 és paral·lela a la recta  $y-2x=7$ . Quins valors tenen a i b?

- 2.- Considerem la família de funcions  $y = \frac{e^x}{3-ae^x} + b$  que depenen de a i b. Trobeu per quins valors de a i b si les rectes  $x=2$  i  $y=5$  li són asímptotes ; per aquest valors de a i b , estudeu el seu creixement i extrems.

- 3.- Donada la funció  $y = x^3 - 4x + 4$  , trobeu l'equació de les tangents a aquesta funció que passen pel punt de coordenades (-2,4).

- 4.- Al traslladar un mirall de 70 x 100 cm, s'ha trencat per un dels seus vèrtexs i s'ha esbocinat un triangle rectangle de 6 x 9 cm, tal com es veu a la figura. Calcula per on s'ha de tallar el mirall per a obtenir un altre mirall que també sigui rectangular i que tingui l'àrea més gran possible.



- 5.- Sabem que la corba  $y = ax^3 + bx^2 + cx$  és creixent i amb tangent horitzontal en  $x=1$ , mentre que la seva tangent en  $x = -1$  forma un angle de  $\pi/4$  amb l'eix de les abscisses. Determineu a, b i c.

- 6.- Enuncieu i raoneu breument el teorema dels increments finits. Trobeu, si es pot, el punt predit pel teorema dels increments finits a la funció

$$y = \frac{x^2}{3x-4} \quad \text{a l'interval } [2, 4].$$

## SEDONA

MODEL	A	Codi	B2.A2.C1.13-14
1.-	Si el gràfic d'una funció $y=f(x)$ és: doneu el valor de $\int_{-6}^6 f(x) dx$ .		
2.-	Calculeu el valor de $\int_{-5}^7  3x^2 + 5x  dx$ .		
3.-	Calculeu $\int \frac{2x}{x^2+x-2} dx$ .		
4.-	Trobeu una primitiva de $y = x^2 \ln x$ , que passi pel punt de coordenades (1, 5).		
5.-	Trobeu l'àrea limitada per la funció $y = \sqrt{36 - x^2}$ i l'eix de les xx		

MODEL	A	Codi	B2.A2.C2.a.13-14
B1.-	Considerem els vectors de $\mathbb{R}^3$ $\vec{u}_1 = (1, 2, 3)$ , $\vec{u}_2 = (2, 2, 0)$ i $\vec{u}_3 = (0, -2, 0)$ . Raoneu que $\vec{u}_1, \vec{u}_2, \vec{u}_3$ són una base de $\mathbb{R}^3$ i trobeu les components del vector $(-1, 2, 3)$ a la base de les $\vec{u}$ .		
B2.-	Sabent que el sistema $\begin{cases} a \cdot x + y + z = 7 \\ -3x - y + a \cdot z = 1 \\ 5x + a \cdot y - z = 6 \end{cases}$ té la solució $(1, 2, 3)$ , doneu el valor de a i resoleu el sistema.		

MODEL	A	Codi	B2.A2.C2.b.13-14
B3.-	Considerem els vectors $\vec{u}_1 = (2, 1, -2)$ i $\vec{u}_2 = (-1, 3, 1)$ . Raoneu que $\vec{u}_1$ i $\vec{u}_2$ generen un subespai vectorial S que té dimensió 2 i trobeu-ne una base. Esbrineu si el vector $\vec{v} = (-2, -2, 2)$ és de S i en cas afirmatiu expresseu-lo com a combinació lineal de la base trobada.		
B4.-	Considerem les aplicacions $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ i $g: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ definides per $f(x, y, z) = (y + z, -2x, z)$ i $g(x, y, z) = (2y + z, -2x + z, -y)$ Raoneu que f i g són lineals i trobeu les seves matrius. Trobeu la matriu de $g \circ f$ .		
B5.-	Un dipòsit té dues entrades d'aigua i un únic desaiuga de sortida. Funcionant soles, la primera entrada triga 5 h en omplir el dipòsit i la segona en triga 8, mentre que, quan el dipòsit és ple es triguen 4 hores en buidar-lo. Per tal de netejar-lo, hem buidat el dipòsit i el volem tornar a omplir; per això obrim les dues entrades, però per descuit ens hem deixar el desaiuga obert. Quan trigarà a omplir-se el dipòsit?		

## Global 2a

MODEL A

Codi B2.A2.A.13-14

A1.- Trobeu l'àrea de la regió del pla limitada pels gràfics de la recta  $x - y = 1$  i la paràbola  $y = x^2 - 2x - 5$  entre els seus punts de tall.

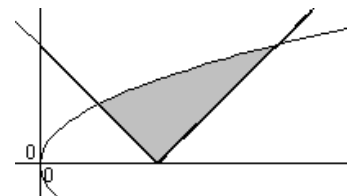
A2.- Sabent que el sistema 
$$\begin{cases} x + (k-1)y + z = 3 \\ 2x + 2y + z = k+1 \\ kx + 4y + 2z = 7 \end{cases}$$
 té la solució  $x=1, y = \frac{3}{2}, z = -1$ , trobeu els valors de  $k$  i les solucions del sistema.

A.3.- a) Trobeu el valor de  $\int_0^k \frac{x}{x^2 + k^2} dx$  i raoneu que no depèn de  $k$ .

b) Les components del vector  $\vec{w}$  a la base  $\vec{u}_1, \vec{u}_2, \vec{u}_3$  són  $\vec{w} = (3, 2, 1)$ . Trobeu les components de  $\vec{w}$  a la base  $\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3$  sabent que  $\vec{u}_1 = -\vec{v}_1 + 2\vec{v}_3$ ,  $\vec{u}_2 = 3\vec{v}_1 + 2\vec{v}_2$  i  $\vec{u}_3 = -4\vec{v}_3$ .

B1.- Donats els vectors de  $\mathbb{R}^3$   $\vec{u}_1 = (p, 5, 5)$ ,  $\vec{u}_2 = (5, p, 5)$  i  $\vec{u}_3 = (0, 1, 1)$ . Decidiu per quins valors del paràmetre  $p$ , els vectors són base de  $\mathbb{R}^3$ . Per aquests valors del paràmetre, trobeu les components del vector  $(2p, 7, 7)$  a la base de les  $u$ .

B2.- Considerem la regió del pla limitada per les corbes  $y^2 = x$  i  $y = |x - 2|$ . Calculeu l'àrea d'aquesta regió.



B3.- Raoneu que si  $A$  i  $B$  són matrius quadrades, en general  $A^2 - B^2 \neq (A+B)(A-B)$ . Si  $A = \begin{pmatrix} a & 0 \\ 1 & a \end{pmatrix}$  i  $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -a & 1 \end{pmatrix}$ , calculeu  $a$  si  $A^2 - B^2 = (A+B)(A-B)$ .

B4.- Enuncieu la fórmula d'integració per parts. Apliqueu-la per a calcular una primitiva de  $f(x) = e^x \cos x$ , que passi pel punt de coordenades  $(\pi, 1)$ .

## Recuperació 2a

MODEL A

Codi B2.A2.R.13-14

**A.1.-** Donada la paràbola  $y = x^2 - 5x + 4$ , trobeu l'equació de les tangents a aquesta paràbola que passen pel punt de coordenades  $(1, -1)$  i calculeu l'àrea del recinte limitat per aquestes tangents i la paràbola.

**A.2.-** Sabent que el sistema  $\begin{cases} ax + y + bz = 1 \\ x + y = 3 \\ x + ay - bz = 8 \end{cases}$  té la solució  $(1, 2, 3)$ , trobeu els valors de  $a$  i  $b$  i les solucions del sistema.

**A3.-** a) Donats els vectors de  $\mathbb{R}^3$   $\vec{u}_1 = (p, 3, 3)$ ,  $\vec{u}_2 = (3, p, 3)$  i  $\vec{u}_3 = (0, 1, 1)$ .  
Decidiu per quins valors del paràmetre  $p$ , els vectors  $\vec{u}_1, \vec{u}_2, \vec{u}_3$  són base de  $\mathbb{R}^3$ .  
b) Trobeu el valor del paràmetre  $a$  sabent que  $\int_{-a}^a (3x^2 + a^2x) dx = 32$ .

**B1.-** Trobeu l'àrea limitada la funció  $y = |4 - 4x|$ , l'eix de les abscisses i les rectes  $x = -2$  i  $x = 2$ .

**B2.-** Considerem la matriu  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ .

Trobeu  $A^2 = A \cdot A$ ,  $A^3 = A \cdot A \cdot A$ ,  $A^4$  i  $A^{777}$ .

**B3.-** Trobeu una primitiva de la funció  $f(x) = \frac{3x+3}{x^2+x-2}$  que passi pels punt de coordenades  $(2, 1)$ .

**B4.-** Donades les aplicacions lineals

$$\begin{array}{l} f: \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^2 \\ (x, y, z) \longrightarrow (y-z, 2z) \end{array} \quad \begin{array}{l} g: \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}^3 \\ (x, y) \longrightarrow (2y, -x+y, -y) \end{array}$$

Trobeu, si es pot, les matrius de  $f$ , de  $g$  de  $f \circ g$  i de  $g \circ f$ .



## TERCERA

MODEL	A	Codi	B2.A3.C1.13-14
M1.-	Si A, B i C són les matrius $A = \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ , $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$ i I és la matriu identitat, Trobeu una matriu X que compleixi $A \cdot X \cdot B = 5 \cdot I$ .		
M2.-	Estudieu en funció del paràmetre a el rang de la matriu $M = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2a & -2 & -4 & a \\ 1 & -a & -3 & 0 \end{pmatrix}$ .		

MODEL	B	Codi	B2.A3.C1.13-14
M1.-	Considerem la matriu $M = \begin{pmatrix} 1 & a & 3 \\ 0 & 2 & a \\ a & 3 & 0 \end{pmatrix}$ trobeu per quins valors de a és invertible i en aquest cas calculeu $M^{-1}$ .		
M2.-	Estudieu en funció del paràmetre a el rang de la matriu $M = \begin{pmatrix} 1 & a & 1 \\ 2 & 1 & 4a \\ 4a & 1 & 2 \end{pmatrix}$ .		

MODEL	A	Codi	B2.A3.C2.13-14
1.-	Considerem els punts $A = (1, 5, 2)$ , $B = (3, -1, 2)$ , $C = (m, m, p)$ i $D = (1, 1, 1)$ . a) Trobeu l'equació reduïda de la recta $r_{AB}$ que passa per A i B. b) Determineu els valors de m i p, sabent que $C \in r_{AB}$ . c) Calculeu l'equació general dels pla $\pi$ que passa per A, B i D. d) Determineu els valors de m i p, sabent que $C \in \pi$ .		
2.-	Considerem el sistema d'equacions $\begin{cases} x + ay + z = a + 1 \\ x + y + az = -1 \\ ax + y + z = 2 \end{cases}$ Discutiu-lo i resoleu-lo, quan sigui possible, en funció del paràmetre a.		

MODEL	A	Codi	B2.A3.C3.13-14
(1) 1.-	Digueu que entenem per punts alineats. Calculeu, si existeixen, els valors del paràmetre pels quals els punts $A = (-2, 2, -1)$ , $B = (1, 2, 0)$ i $C = (0, 2, k)$ són alineats.		
(2) 2.-	Determineu l'equació del pla que passant pel punt $(1, -1, 1)$ conté la recta $x=2y=3z$ . Calculeu l'angle que forma aquest pla amb la recta $x=y=z$ .		
(2) 3.-	Fonades les rectes $r: x = 2y - 2 = z + 5$ i $s: x - 2 = ay = z - a$ , estudieu en funció del paràmetre a la seva posició relativa. Quan r i s determinen un pla, trobeu l'equació d'aquest pla.		

- (2) 4.- Per quins valors de  $a$  i  $b$  la recta  $r: ax = by = z$  i el pla  $\pi: bx + ay + 4z = 6$  són perpendiculars?  
Si  $r$  i  $\pi$  són perpendiculars, hi ha algun valor de  $a$  i  $b$  pels quals el pla  $\pi$  sigui paral·lel a la recta  $x=y=z$ ?
- (3) 5.- Trobeu la recta  $r$  que és perpendicular al pla  $\pi: 2x + y + 3z = 4$  i passa pel punt de coordenades  $A=(1, 1, 5)$ .  
Calculeu les coordenades del punt  $O = r \cap \pi$  (projecció ortogonal de  $A$  sobre  $\pi$ ) i trobeu la distància entre  $A$  i  $O$ .

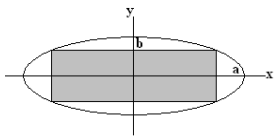
MODEL	B	Codi	B2.A3.C3.13-14
(1) 1.-	Digueu que entenem per punts coplanaris. Calculeu, si existeixen, els valors del paràmetre pels quals els punts $A=(-2, 2, -1)$ , $B=(1, 2, 0)$ , $C=(4, 2, 1)$ i $D=(3, k, 5)$ són coplanaris.		
(2) 2.-	Trobeu l'equació general del pla que passa pel punt $(1, 2, 1)$ i conté la recta $r: \begin{cases} x + z = 2 \\ y = 3 \end{cases}$ . Calculeu l'angle que forma aquest pla amb la recta $2x = 2y = z$ .		
(2) 3.-	Doneu el valor del paràmetre $a$ pels quals els plans $\Pi_1: 2x + 5y - z = 1$ , $\Pi_2: x + 2y + z = 4$ i $\Pi_3: 4x + a y + z = 9$ determinen una recta. Trobeu l'equació reduïda d'aquesta recta.		
(2) 4.-	Considerem al pla $\pi: x + ay + bz = 3$ , i la recta $r: \begin{cases} 2x + 3y + z = 4 \\ x + 2y = -2 \end{cases}$ . Trobeu la relació entre $a$ i $b$ per la qual $r$ i $\pi$ són paral·lels. Per quins valors de $a$ i $b$ el punt $(5, 1, -2)$ és del pla $\pi$ i el pla $\pi$ i la recta $r$ són paral·lels?		
(3) 5.-	Trobeu el pla $\pi$ que passa per $A=(1,1,5)$ i és perpendicular a la recta $r: \begin{cases} x = 2y - 1 \\ z = 3y + 2 \end{cases}$ . Calculeu les coordenades del punt $O = r \cap \pi$ (projecció ortogonal de $A$ sobre $r$ ) i trobeu la distància entre $A$ i $r$ .		

## Global 3a

MODEL	A	Codi	B2.A3.A.13-14
<b>Presenteu els exercicis A</b>			
A1-	Considerem el sistema $\begin{cases} 4x + ay + 2z = 2 \\ 2x + y + z = 1 \\ x + 4y - az = 1 \end{cases}$ , discutiu-lo i resoleu-lo, quan sigui possible, en funció del paràmetre $a$ . Si identifiquem cada una de les equacions amb un pla, feu-ne una interpretació geomètrica de les solucions.		

- A2.- Trobeu la recta  $r$  que és perpendicular al pla  $\pi: 2x + y - 2z = -2$  i passa pel punt de coordenades  $A=(-1, 1, 5)$ .  
Calculeu les coordenades del punt  $O = r \cap \pi$  (peu de la perpendicular de  $A$  sobre  $\pi$  o projecció ortogonal de  $A$  sobre  $\pi$ ) i trobeu la distància entre  $A$  i  $\pi$ .
- B1.- Considerem el pla  $\pi: x + y + z + a = 0$ ; si anomenem  $A, B, C$  als punts intersecció de  $\pi$  amb el eixos coordenades, doneu les coordenades de  $A, B, i C$ , raoneu que formen un triangle i trobeu els valors del paràmetre  $a$  si aquest un àrea d'  $1 u^2$ .
- B2.- Considerem les matrius  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 2 \\ 1 & -2 & -1 \\ 0 & 2 & -1 \end{pmatrix}$ ,  $C = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 2 & -1 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$  i  $I$   
= identitat.  
Trobeu una matriu  $X$  de manera que  $A X B + 2I = C$ .
- B3.- Donades les rectes  $r: x-2 = ay = z-a$  i  $s: \begin{cases} x - 2y + 3 = 0 \\ z - 2y + 3 = 0 \end{cases}$ .  
a) Estudieu la seva posició relativa en funció del paràmetre.  
b) Quan determinen un pla, trobeu l'equació del pla.
- B4.- Considerem la família de plans  $\pi: x + ay + bz = 3$ , i la recta  $r: \begin{cases} 3x + 2y + z = 1 \\ x - y + z = 4 \end{cases}$ .  
a) Calculeu, si existeixen, els valors de  $a$  i  $b$  pels quals  $r$  i  $\pi$  són perpendiculars.  
b) Calculeu, si existeixen, el valors de  $a$  i  $b$  si  $r$  i  $\pi$  són paral·lels i  $\pi$  passa pel punt de coordenades  $(1,-1,1)$ .

## MAIG

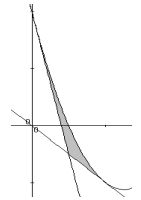
- 1.1.- Sabent que la recta  $2x - 2y - 3 = 0$  és asimptòtica a la funció  $f(x) = \frac{ax^2}{2x+b}$ , trobeu els valors de  $a$  i  $b$ , les seves asimptotes; estudieu-ne el creixement i extrems.
- 1.2.- Trobeu l'equació de les rectes tangents a la funció  $y = x^3 - 2x + 1$  que passen pel punt de coordenades  $(2,5)$ .
- 1.3.- Dins l'el·lipse d'equació  $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$  i inscrivim un rectangle com s'indica a la figura.   
Digueu entre quins valors varia la superfície del rectangle.
- 1.4.- Enuncieu el teorema de Bolzano.  
Utilitzeu-lo per a raonar que el gràfics de  $f(x)=x^5 - 2$  i  $g(x) = 4x + 2$  tenen un punt comú i aproximeu-lo amb un error menor a 1 dècima.
- 1.5.- Considerem la funció  $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin(ax)}{2x} & x < 0 \\ b \cdot e^{-x} & 0 \leq x \end{cases}$ , trobeu  $a$  i  $b$  sabent que és contínua a tots els reals i la seva tangent en el punt d'abscissa  $3$  és paral·lela a la bisectriu del primer quadrant.

- 2.1 a) Enuncieu i raoneu breument la fórmula d'integració per parts.  
 b) Trobeu una primitiva de la funció  $y = x^3 \ln x$ , que passi pel punt de coordenades (e,1).

2.2.- a) Trobeu els valors de k pels quals  $\int_1^k \frac{\ln x}{x} dx = 2$ .

b) Calculeu a i b sabent que el sistema 
$$\begin{cases} x + ay + z = 1 \\ ax - y + bz = 4 \\ ax - 3ay = 6 \\ 3x - 9y = 9 \end{cases}$$
 té la solució  $x=3, y=0, z=-2$ .

- 2.3.- Donada la paràbola  $y = x^2 - 5x + 4$ , trobeu l'àrea de la regió del pla limitada per aquesta paràbola i les seves tangents que passen pel punt de coordenades (1,-1).



2.4.- Considerem les matrius  $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 5 & -1 & 0 \\ 2 & 0 & 3 \end{pmatrix}$  i  $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 5 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ .

Calculeu els valors de  $A - B$ ,  $(A-B)^2$ ,  $(A-B)^3$  i  $(A-B)^{2014}$ .

- 2.5.- Decidiu per quins valors del paràmetre k, els vectors  $u_1=(0,3,k)$ ,  $u_2=(1,1,4)$  i  $u_3=(1,2,5)$  són base de  $\mathbb{R}^3$ . Per aquests valors del paràmetre trobeu les components del vector (1,1,1) a la base de les u.

●3.1.- Considerem el sistema 
$$\begin{cases} x + ay + z = 1 \\ x + 3y + z = 1 \\ 2x + y + az = 1 \end{cases}$$
, discutiu-lo i resoleu-lo, quan sigui possible,

en funció del paràmetre a.

Si identifiquem cada una de les equacions amb un pla, feu-ne una interpretació geomètrica de les solucions.

- 3.2 Determineu el pla que passant pel punt (1,-1,1), conté la recta  $x=2y=3z$ .  
 Estudieu la posició relativa d'aquest pla amb la recta que passa per (1,1,1) i (2,1,-1).

- 3.3- Donats els punts  $A=(1,2,1)$ ,  $B=(1,4,3)$ ,  $C=(-2,1,6)$  i  $D=(2,3,-6)$ . Trobeu l'equació del pla  $\pi$  que passa per A, B i C; el peu de la perpendicular (projecció ortogonal) del punt D sobre el pla  $\pi$  i la distància del punt D al pla  $\pi$ .

- 3.4 Fonades les rectes  $r: x = 2y - 2 = z - 5$  i  $s: x - 2 = ay = z - a$ , estudieu en funció del en funció del paràmetre a la seva posició relativa. Quan r i s determinen un pla, trobeu l'equació d'aquest pla.

- 3.5.- Considerem els punts  $A=(2, 2, 3)$  i  $B=(1, 4, 3)$ . Trobeu un punt C de la recta  $r: \begin{cases} x - y + 1 = 0 \\ x - z + 2 = 0 \end{cases}$ , si el triangle de vèrtexs A, B, C té un àrea d'  $1u^2$ .