

## INDEX

### PRÈVIA

#### PRIMERA

Global 1a

Recuperació 1a

#### SEGONA

Global 2a

Recuperació 2a

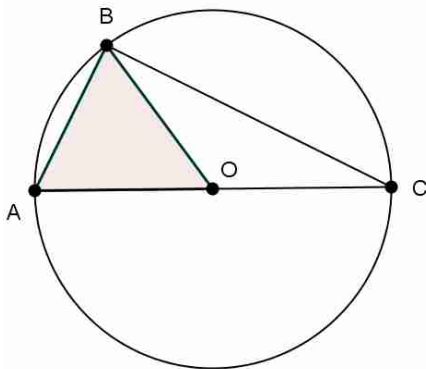
#### TERCERA

Global 3a

### MAIG

**PREVIA****MODEL A****Codi B2. A0. 12-13**

- 1.- Un nombre de dues xifres compleix que sumant-lo amb el que resulta de canviar l'ordre de les xifres és 88 i que la primera xifra és tres vegades la segona. Digueu de quin nombre es tracta.
2. Determineu els valors de  $a$  i  $b$ , si sabem que les rectes  $r: 2x + y = 4$  i  $s: ax + by = 3$  són perpendiculars i que el punt de coordenades  $(-1,2)$  pertany a la recta  $s$ .
- 3.- Considerem la funció  $f(x) = \frac{x^2 + x - 2}{2x^2 - 2x - 12}$ , estudeu-ne la continuïtat i trobeu les seves asymptotes.
- 4.- Trobeu l'equació de les rectes tangents a la funció  $y = 2x^2 - 7x - 15$  en els seus zeros.
- 5.- Si l'àrea ombrejada és igual a  $\sqrt{3}$ , quina és l'àrea del triangle  $ABC$ ?



- 6.- Un nenúfar que dobla cada dia la seva superfície, triga 50 dies en cobrir un estany. Quants dies necessitaran per cobrir l'estany dos nenúfars de la mateixa espècie?
- 7.- Estudieu el creixement i extrems de la funció  $y = \frac{4x + 8}{3x^2 - 12}$ .

## PRIMERA

---

**MODEL A** **Codi B2.A1.C1.12-13**


---

- (2) 1.- Enuncieu i raoneu el breument la interpretació geomètrica que es pot donar a la derivada d'una funció en un punt  $x_0$ .
- 2.- (1) a) Calculeu el límit  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2x-3}{2x+1} \right)^{x+1}$ .
- (1) b) Trobeu l'equació de les rectes tangents a la funció  $y = \sin^4 \left( \pi - \frac{x}{2} \right)$  en el punt d'abscissa  $\pi$ .
- (2) 3.- Raoneu l'existència de solucions de l'equació  $2x^3 - x^2 = 2 + x$ .  
En el cas que existeixin aproximeu-ne una amb un error menor a una dècima.
- (2) 4.- Donada la funció  $f(x) = \begin{cases} a(3x+2)^2 + x & x < 1 \\ b\sqrt{x} - a & x \geq 1 \end{cases}$ ,  
trobeu els valors de a i b sabent que és contínua a tots els reals i que la seva tangent en el punt d'abscissa -1 és paral·lela a la recta  $11x - y + 5 = 0$ .
- (2) 5.- Estudieu el creixement i extrems de la funció  $f(x) = \frac{(2x-6)^2}{(2x-3)^2}$ .

---

**MODEL A** **Codi B2.A1.C2.12-13**


---

- (2) 1.- Enuncieu el teorema de Cauchy.  
Apliqueu-lo, si es pot, a les funcions  $y = x^2 - 2x$  i  $y = x\sqrt{x+1}$   
dins l'interval  $[3,8]$ .
- (2) 2.- Trobeu l'equació de les rectes tangents a  $y=4x^2$ , que passen pel punt de coordenades (0,-4).
- (3) 3.- Considerem la funció  $y = \frac{x+4}{(2x-4)^2}$ .  
Estudieu-ne les asímptotes, el creixement i extrems i la seva concavitat i inflexions.
- (3) 4.- D'un con en sabem que té una generatriu de 15 m. Entre quins valors pot estar el seu volum?

**GLOBAL****MODEL A****Codi B2.A1.A.12-13**

A1.- a) Enuncieu i raoneu breument en que consisteix el mètode d'integració del canvi de variables.

b) Trobeu una primitiva de  $y = \frac{2}{x^2} + \frac{5}{x} + 3x - \frac{\ln x}{x}$  que passi pel punt de coordenades (1,-e).

A2.- Es disposa d'una làmina rectangular de 40 x 25 cm. A cada cantonada es retalla un quadrat, els quatre quadrats són iguals, i queda una figura aproximada a una creu. Doblegant cada un dels braços de la creu cap amunt queda una caixa sense tapa.

Digueu entre quins valors està el volum d'aquesta caixa.

A3.- De la funció  $f(x) = \frac{ax}{x^2 + b}$  en sabem que té un mínim relatiu al punt (2,-1/2).

Determineu els valors de a i b .

Per aquests valors de a i b, estudeu el creixement de la funció.

B1.- Donada la funció  $y = x^3 + 2x^2 - x + 1$  , trobeu l'equació de les tangents a aquesta funció que passen pel punt de coordenades (1,3).

B2.- a) Enuncieu el teorema de Bolzano. Usant el teorema de Bolzano, demostreu que l'equació  $x = 1 + \cos x$  té almenys una solució entre -2 i 2.

b) Aproximeu aquesta solució amb un error menor a una dècima.

B3.- Calculeu a i b sabent que la funció  $y = \begin{cases} \frac{a \sin x}{e^{3x} - e^{-3x}} & x < 0 \\ b & x = 0 \\ \frac{b \cdot x}{\operatorname{tg} x} & x > 0 \end{cases}$

és contínua en 0 i que la tangent en  $x=\pi/4$  és paral·lela a la recta  $5x + 2y = 3$  .

# RECUPERACIÓ 1a

MODEL A

Codi B2.A1.R.12-13

Presenteu cinc les preguntes següents:

- 1.- Donada la funció  $y = \frac{x^3}{(4-2x)^2}$ , trobeu-ne el seu domini i continuïtat, estudeu-ne les asímptotes, el creixement i extrems.
- 2.- Sabent que la corba  $y = ax^3 + bx^2 + c$  passa pel punt de coordenades (1,1) i té un màxim o un mínim en el punt (-1,-1). Trobeu la tangent a la corba en el punt (1,1).
- 3.- Donada la funció  $y = x^3 - 4x + 3$ , trobeu l'equació de les tangents a aquesta funció que passen pel punt de coordenades (-2,3).
- 4.- La paret de les golfes d'una casa té forma d'un triangle isòsceles amb una base de 8 m i una altura de 4 m. Sobre aquesta paret, es vol construir una llibreria de forma rectangular. Quines mides haurà de tenir la llibreria per tal que la seva superfície sigui màxima?
- 5.- De la funció  $g(x) = \begin{cases} a \cdot \frac{\sin(2x)}{x} & x < 0 \\ 2x^3 + bx^2 + b & x \geq 0 \end{cases}$  en sabem que és contínua a tots els reals i que la seva tangent en el punt d'abscissa 2 és paral·lela a la recta  $y-2x=7$ . Quins valors tenen a i b?
- 6.- Doneu el concepte de primitiva i trobeu la primitiva de  $f(x) = \frac{e^{2x} + e^x + e}{e^x}$  que passa pel punt de coordenades (1, 0).
- 7.- Enuncieu i raoneu breument el teorema dels increments finits. Apliqueu-lo, si es pot, a la funció  $f(x) = \frac{x+2}{3-x^2}$  i l'interval [-1, 1].

## SEGONA

a1 a1 a1 a1 a1 a1 a1 a1 a1 a1 a1 a1 a1 a1

1.- Resoleu les següents integrals:

a)  $\int \frac{7 \cdot \ln x}{x} dx$

b)  $\int \frac{3x}{x^2 - 4x} dx$

2.- Trobeu una primitiva de  $f(x) = \frac{7}{x} + \frac{3}{x^2} + \frac{2}{x^3}$  que passi pel punt (1,2).

d1 d1 d1 d1 d1 d1 d1 d1 d1 d1 d1 d1 d1 d1

1.- Resoleu les següents integrals:

a)  $\int \frac{\ln x^5}{x} dx$

b)  $\int \frac{2x^2}{x^2 - 9x} dx$

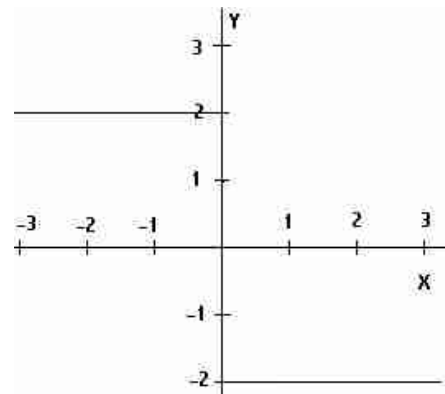
2.- Trobeu una primitiva de  $f(x) = \frac{5}{x} - \frac{2}{x^2} + \frac{2}{x^3}$  que passi pel punt (-1,2).

A2 A2 A2 A2 A2 A2 A2 A2 A2 A2 A2 A2 A

1.- Resoleu les següents integrals:

a)  $\int \sqrt{9 - x^2} dx$

b)  $\int \frac{3x + 3}{x^3 - 2x^2 - 3x} dx$

2.- Trobeu una primitiva de  $f(x) = xe^{2x}$  que passi pel punt (0,7).A3 A3 A3 A3 A3 A3 A3 A3 A3 A3 A31.- El polinomi  $p(x) = x^2 + ax + b$  s'anul·la per a  $x = 2$  i compleix  $\int_0^2 p(x) dx = 4$ . Calculeu raonadament a i b.2.- Trobeu l'àrea limitada per la paràbola  $y = 2x^2 - 6x + 4$  i les seves tangents en els seus zeros.3.- El gràfic d'una funció  $y=f(x)$  és doneu el valor de  $\int_{-3}^2 f(x) dx$ .

## B3 B3 B3 B3 B3 B3 B3 B3 B3 B3 B3 B3

- 1.- Calculeu els valors de  $m$  de manera que la recta  $y = m x$  i la paràbola  $y = x^2$  delimitin una àrea de 36 unitats de superfície.
- 2.- Calculeu l'àrea de la regió del pla limitada per la gràfica de la funció  $y = 4x e^{4x}$ , l'eix de les abscisses i les rectes  $x=0$  i  $x=\frac{1}{4}$ .
- 3.- Trobeu el valor de  $\int_0^3 |x^2 - 3x + 2| dx$ .

A A A A A A A A A A A A

- 1.- Considerem el sistema d'equacions
 
$$\begin{cases} x + ay + z = 1 \\ ax - y + z = 4 \\ 2x - 3ay = 6 \\ 3x - 9y = 9 \end{cases}$$

Per quins valors de  $a$   $(3, 0, -2)$  és solució del sistema?

Per aquests valors de  $a$ , trobeu la solució del sistema.

- 2.- Sabent que  $A$  i  $B$  són dues matrius quadrades d'ordre 3, de determinants respectius  $\det(A) = 2$  i  $\det(B) = -3$ , raoneu els valors de:
  - a)  $\det(3A)$
  - b)  $\det(A \cdot B)$
  - c)  $\det(A^t \cdot A^{-1} \cdot B)$
 on  $A^{-1}$  és la inversa de  $A$  i  $A^t$  és la transposada de  $A$ .

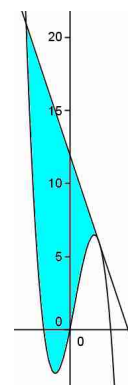
- 3.- Considerem la matriu  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ .

Trobeu  $A^2, A^3, A^4, A^5, A^6$  i  $A^{777}$ .

## MODEL A

## Codi B2.A2.C2.12-13

- 1.- a) Enuncieu la fórmula d'integració per parts.  
b) Utilitzeu la fórmula d'integració per parts per a calcular  $\int e^x \sin x \, dx$  .
- 2.- Trobeu l'àrea limitada per la funció  $f(x) = -x^3 + x^2 + 5x$  i la seva tangent en el punt d'abscissa 2.
- 3.- Trobeu el valor de  $\int_{-4}^4 |2x^2 + 4x| \, dx$  .
- 4.- Considerem el recinte limitat per les gràfiques de la funció  $y = \ln x^k$  i les rectes  $x=e$  i  $y=0$ .  
Quin valor té  $k$  si aquest àrea és de  $5u^2$  ?
- 5.- Calculeu la integral  $\int \frac{x - x^2}{x^2 + 3x + 2} \, dx$  .



## GLOBAL 2a

## Responen a continuació les preguntes A.

- A1.- Sabent que  $A$  i  $B$  són dues matrius quadrades d'ordre 4, de determinants respectius  $\det(A) = 2$  i  $\det(B) = -5$ , raoneu els valors de:

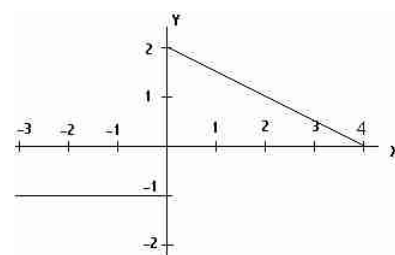
$$\det(3A^{-1})$$

$$\det(A \cdot B)$$

$$\det(-A \cdot A^t)$$

( $A^t$  = transposada de  $A$  i  $A^{-1}$  = inversa de  $A$ ).

- A2.- Doneu el valor de  $\int_{-3}^4 f(x) \, dx$  sabent que el gràfic de  $f$  és



- A3.- Donada la matriu  $A = \begin{pmatrix} 2 & -7 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$ , trobeu la seva inversa i utilitzeu-la per resoldre el sistema  $\begin{cases} 2x - 7y = 1 \\ 3x + 5y = -2 \end{cases}$

- A4.- Enuncieu el teorema del rang. Utilitzeu-lo per a calcular el rang de  $\begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 & 0 \\ 2 & -3 & 2 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

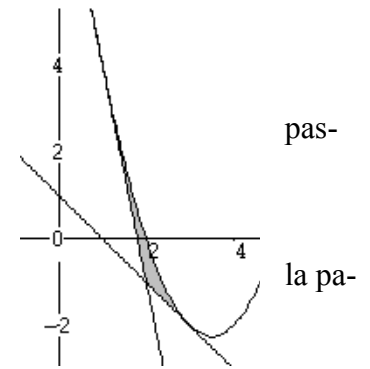


**Presenteu les preguntes B.**

B1.- Donada la paràbola  $y = x^2 - 7x + 10$ , trobeu:

a) l'equació de les rectes tangents a aquesta paràbola que sen pel punt de coordenades  $(2, -1)$ .

b) l'àrea de la regió del pla limitada per aquestes tangents i ràbola.



B2.- a) Doneu el concepte de solució d'un sistema d'equacions lineals.

b) Del sistema d'equacions 
$$\begin{cases} a^2x + ay - 2z = 4 \\ x + ay + a^2z = 7 \\ 10x + 6y + 7z = 11 \end{cases}$$
, en sabem que té la solució

$(1, -1, 1)$ . Doneu els valors de  $a$  i les solucions del sistema.

**Escolliu i presenteu dues de les preguntes C.**

C1.- a) Calculeu la integral  $\int \sqrt{9 - x^2} dx$ .

b) A partir del resultat anterior, calculeu l'àrea de l'el·lipse  $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{16} = 1$ .

C2 a) Enuncieu i raoneu breument la fórmula d'integració per parts.

b) Calculeu una primitiva de  $y = e^{2x} \sin x$ , que passi pel punt  $(\pi, 0)$ .

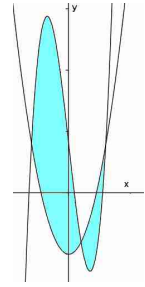
C3.- Trobeu els valors de  $p$  pels quals els vectors  $\vec{u}_1 = (3, 2, 1)$ ,  $\vec{u}_2 = (2p, 2, 1)$ ,  $\vec{u}_3 = (3, p + 3, 1)$  són base de  $\mathbb{R}^3$ . Per aquests valors de  $p$ , trobeu les components del vector  $\vec{v} = (0, p + 1, 0)$  a la nova base.

C4.- Considerem l'aplicació  $f: \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3$  definida per  $f(x, y, z) = (y + 2z, -x + z, 2x + y)$ .

Raoneu que  $f$  és lineal i trobeu la seva matriu.

Trobeu la dimensió i una base de **Im**  $f$ .

## RECUPERACIÓ 2a



A1.- Calculeu l'àrea de la regió del pla limitada pels gràfics de les funcions  $y=x^2-5$  i  $y=x^3-9x+4$ .

A2.- Considerem els vectors de  $\mathbb{R}^3$   $\vec{u}_1 = (p,3,3)$ ,  $\vec{u}_2 = (3,p,3)$ ,  $\vec{u}_3 = (0,1,1)$ .  
Decidiu per quins valors del paràmetre  $p$ , els vectors  $u_1, u_2, u_3$  són una base de  $\mathbb{R}^3$ .  
Trobeu les components del vector  $(1,1,1)$  a la base de les  $u$ .

A3.- a) Trobeu el valor de  $\int_{-2}^2 |3x^2 + 6x| dx$ .

b) Resoleu, si es pot, el sistema 
$$\begin{cases} 2x - y + z = 3 \\ x - y + z = 2 \\ 3x - y + z = 4 \end{cases}$$
.

B1.- Considerem la funció  $f(x) = \begin{cases} 4ax + 2 & x \leq 2 \\ 3x^2 + bx & 2 < x \end{cases}$

Trobeu els valors de  $a$  i  $b$  sabent que és contínua a tots els reals i que  $\int_0^3 f(x) dx = 24$ .

B2.- Considerem l'aplicació lineal  $f: \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3$  definida per  $f(x,y,z) = (2x, a z, z-y)$  on  $a$  és un paràmetre.

Doneu la matriu de  $f$ . Calculeu  $a$  si  $f$  és invertible i en aquest cas doneu la matriu de  $f^{-1}$ .

B3.- a) Enuncieu i raoneu breument la fórmula d'integració per parts.

b) Calculeu l'àrea de la regió del pla limitada per la gràfica de la funció  $y = xe^{2x}$ , l'eix de les abscisses i les rectes  $x=0$  i  $x=1$ .

B4.- Considerem  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & p \end{pmatrix}$ , trobeu  $p$  si  $A$  és invertible i la inversa de  $A$ .

## TERCERA

MODEL A

Codi

B2.A3.C1

- (1) 1.- Doneu el concepte de norma d'un vector.  
Trobeu  $p$  si els vectors  $\vec{u} = (p + 2, 5, p + 1)$  i  $\vec{v} = (5, -1, p + 2)$  tenen la mateixa norma.

(3) 2.- Considerem el sistema 
$$\begin{cases} x + 2y + z = 0 \\ ax + 4y + 4z = a \\ 2x + (a + 2)y - 2z = 2 \end{cases}$$

Discutiu-lo i resoleu-lo, quan sigui possible, en funció del paràmetre  $a$ .  
Feu-ne també una interpretació geomètrica de les solucions.

(2) 3.- Donades les rectes  $r: x - 2 = ay = z - a$  i  $s: \begin{cases} z - 3y - 2 = 0 \\ x - 3y + 3 = 0 \end{cases}$

- a) Estudieu la seva posició relativa en funció del paràmetre.  
b) Quan determinen un pla, trobeu l'equació del pla.

**aaaaaa**

- 1.- Donades les rectes  $r: x - 3 = ay = z - a$  i  $s: x = 3y = z - 2$ .  
Estudieu en funció del paràmetre  $a$  la seva posició relativa.
- 2.- Considerem la recta  $r$  que passa per  $(2, 1, -3)$  i  $(2, 2, 4)$ .  
Trobeu l'equació reduïda de  $r$ . i decidiu el valor del paràmetre  $a$ , si  $r$  és paral·lela al pla  $\pi: x + y + az + 2 = 0$ .

**bbbbbb**

- 1.- Donades les rectes  $r: x = -y = z - 3$  i  $s: x - 4 = ay = z - a$ .  
Estudieu en funció del paràmetre  $a$  la seva posició relativa.
- 2.- Considerem la recta  $r$  que passa per  $(1, 2, -1)$  i  $(2, 2, 2)$ .  
Trobeu l'equació reduïda de  $r$ . i decidiu el valor del paràmetre  $a$ , si  $r$  és paral·lela al pla  $\pi: ax + y + az + 1 = 0$ .

**cccccc**

- 1.- Trobeu l'equació del pla que passat per  $(1, 1, 1)$  és paral·lel al pla que passa per  $(1, 2, 3)$ ,  $(-1, 1, -1)$  i  $(2, 1, 1)$ .

- 2.- Considerem el pla  $\pi: 2x + ay + z = a$  i la recta  $r: \begin{cases} -ax + y + z = 1 \\ ay + z = a + 1 \end{cases}$ .  
Estudieu en funció del paràmetre  $a$  la seva posició relativa.

MODEL A

Codi B2.A3.C2.12-13

**a a**

- 1.- Considerem les rectes  $r: x = 2y - 2 = z - 5$  i  $s: x - 2 = ay = z - a$ .
- Trobeu a si  $r$  i  $s$  són perpendiculars.
  - Per aquests valors de  $a$ , trobeu el pla perpendicular a  $r$  i que contingui  $s$ .
- 2.- Siguin  $A=(1,1,1)$ ,  $B=(k,0,1)$  i  $C=(0,2,1)$  tres punts de l'espai.
- Trobeu per quins valors del paràmetre  $k$ ,  $A$ ,  $B$  i  $C$  són alineats.
  - Per aquests valors del paràmetre, trobeu l'equació del pla perpendicular a aquesta recta i passa per l'origen de coordenades.

**b b**

- 1.- Considerem les rectes  $r: x = 2y - 2 = z - 5$  i  $s: x - 2 = ay = z - a$ .
- Trobeu a si  $r$  i  $s$  són perpendiculars.
  - Per aquests valors de  $a$ , trobeu el pla perpendicular a  $s$  i que contingui  $r$ .
- 2.- Siguin  $A=(2,2,2)$ ,  $B=(3,2,k)$  i  $C=(1,2,0)$  tres punts de l'espai.
- Trobeu per quins valors del paràmetre  $k$ ,  $A$ ,  $B$  i  $C$  són alineats.
  - Per aquests valors del paràmetre, trobeu l'equació del pla perpendicular a aquesta recta i passa per l'origen de coordenades.

**c c**

- 1.- Considerem les famílies de plans  $\pi_1: x + ay + z = 1$ ,  $\pi_2: x - y - az = 1$  i  $\pi_3: ax + y - z = a$ .  
Estudieu en funció del paràmetre la seva posició relativa. Quan formin un triedre, trobeu-ne el vèrtex i la distància del vèrtex al punt  $(1,1,0)$ .

**e e**

1. Considerem els plans  $\pi_1: 3x - y + 3z = 1$  i  $\pi_2: 2x + 3y - z = 2$ .  
Trobeu l'equació de la recta  $r$  que determinen  $\pi_1$  i  $\pi_2$ .  
Quina és la distància del punt  $(1, 1, 1)$  a la recta  $r$ ?

**g g**

- 1.- Considerem el pla  $\pi: x - y + 2z = 4$ .
- Trobeu la recta perpendicular a  $\pi$  que passa per  $(5, -1, 5)$ .
  - Calculeu la projecció ortogonal del punt  $(5, -1, 5)$  sobre el pla  $\pi$ .
  - Quina és la distància d'aquest punt al pla?

## HHHHHHHHHHHHHHHHHHHHHHHH

- 1.- Considerem les famílies de plans  $\pi_1: ax + 2y - z = 1$ ,  $\pi_2: 2x + ay + z = 1$  i  $\pi_3: 2x + 3y + z = 1$ .  
Estudieu en funció del paràmetre la seva posició relativa.  
Quan determinin una recta, trobeu-ne la seva equació reduïda.
- 2.- Considerem el pla  $\pi: x + 2y + 3z = 6$ . Trobeu:
  - a) els punts A, B i C, interseccions del pla  $\pi$  amb els eixos de coordenades.
  - b) l'àrea del triangle de vèrtexs A, B, C
  - c) la distància de l'origen de coordenades al pla  $\pi$
  - d) volum del tetràedre de vèrtexs A, B, C i l'origen de coordenades.
- 3.- Considerem el pla  $\pi: x + 2y - z = 2$  i la recta  $r$  que passa per  $A=(1, 2, -1)$  i  $B=(0, 1, -1)$ .  
Quin angle formen  $\pi$  i  $r$ ?

### GLOBAL 3ª

MODEL A

Codi

B2.A3.A.12-13

#### A Presenteu els tres exercicis A.

A1.- Donat el sistema 
$$\begin{cases} x + y + z = 2 \\ ax - y - 2z = a \\ x - ay - 3z = 0 \end{cases} .$$

- (1.5) Discutiu-lo i resoleu-lo, quan sigui possible, en funció del paràmetre  $a$ .  
(0.5) Feu-ne també una interpretació geomètrica de les solucions.

A2.- (0.5) a) Si  $r: (x, y, z) = (a_1, a_2, a_3) + \lambda(v_1, v_2, v_3)$  i  $s: (x, y, z) = (b_1, b_2, b_3) + \mu(w_1, w_2, w_3)$   
digueu com es troba la distància entre  $r$  i  $s$ .

- (1.5) b) Considerem les rectes  $r: 2x = y + 1 = \frac{z+1}{a}$  i  $s$ : que passa per  $(1, a+2, 2)$  i  $(2, a+4, 5)$ . Doneu, en funció de  $a$ , la distància entre  $r$  i  $s$ .

A3.- (0.5) a) Si  $r: (x, y, z) = (a_1, a_2, a_3) + \lambda(v_1, v_2, v_3)$  i  $\pi: Ax + By + Cz = D$ , digueu quines són les seves posicions relatives i enuncieu-ne les condicions que es compleixen en cada cas.

(1.5) b) Considerem el pla  $\pi: 5x + y + 3z = 4$  i la recta  $r: \begin{cases} ax - y = 2 \\ 2y + z = -3 \end{cases} .$

- Estudieu-ne la posició relativa en funció del paràmetre  $a$ .  
Per quins valors del paràmetre  $r$  i  $\pi$  són perpendiculars?  
Doneu, en funció de  $a$ , l'angle que formen  $r$  i  $\pi$ .

**B Escolliu i presenteu dos dels exercicis B**

B1.- Considerem la recta  $r : \frac{x+4}{-2} = \frac{y-1}{-1} = z-1$ .

(1.5) (a) Trobeu els dos punts, A i B, de la recta r que estan situats a una distància  $d = \sqrt{6}$  del punt  $C = (-1, 1, 2)$ .

(0.5) (b) Trobeu l'àrea del triangle de vèrtexs A, B i C.

B2.- Donades les rectes  $r: 4x=2y=z$ , i  $s$  que passa per  $(2,1,5)$  i  $(-1,4,2)$ .

Trobeu:

(0.75) a) Equació del pla  $\pi$  que és perpendicular a r i conté s.

(0.75) b) Equació del pla  $\pi'$  que és perpendicular a s i conté r.

(0.5) c) Equació reduïda de la recta perpendicular comuna a r i s i que les talla.

B3.- Considerem la recta  $r : \frac{x+4}{2} = y-1 = 1-z$  i  $A=(-1, 1, 1)$  un punt de l'espai.

Anomenem P al la projecció ortogonals de A sobre r, A' al punt simètric de A respecte r i O a l'origen de coordenades.

(1.5) a) Trobeu les coordenades de P i A'.

(0.5) b) Calculeu l'àrea del triangle A, O, A'.

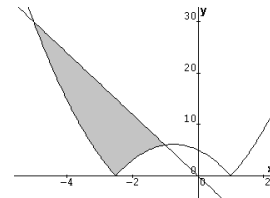
## MAIG

- 1.1.- Donada la funció  $y = \frac{4x^3}{(2x-6)^2}$ , trobeu-ne les asímptotes, i estudeu-ne el creixement i extrems, i la concavitat i inflexions.
- 1.2.- Donada la paràbola  $y=x^2-5x+4$ , trobeu l'equació de les rectes tangents a aquesta paràbola que passen pel punt de coordenades (1,-1).
- 1.3.- Un prisma recte té per bases dos triangles equilàters, i la suma de les longituds de les seves arestes és 18 m. Sabent que el volum del prisma és màxim, determineu-ne les dimensions.
- 1.4.- Considerem la funció  $f(x)=x^3 + 3x^2 - 5$ , estudeu-ne els seus màxims i mínims i els intervals de creixement.  
Observant els extrems i el creixement d'aquesta funció, que en podem afirmar de les solucions de l'equació  $x^3 + 3x^2 - 5 = 0$ .

●1.5.- Considerem la funció  $f(x) = \begin{cases} \frac{b \cdot \sin x}{2x} & x < 0 \\ \frac{ax + a}{x^2 + x + 1} & x \geq 0 \end{cases}$ .

Trobeu els valors de a i b que fan que f sigui contínua a tots els reals i que  $f'(1) = -3$ .

- 2.1- Trobeu l'àrea de la regió del pla limitada pels gràfics de  $y = |2x^2 + 3x - 5|$  i  $y = -6x$  entre els seus punts de tall.



- 2.2- a) Enuncieu i raoneu breument la fórmula d'integració per parts.  
b) Calculeu l'àrea de la regió del pla limitada per la gràfica de la funció  $y = x^2 e^{2x}$ , l'eix de les abscisses i les rectes  $x=0$  i  $x=1$ .

- 2.3.- a) Trobeu els valors de k pels quals  $\int_0^3 \frac{x}{kx^2 + k} \cdot dx = 2$ .

b) Si A, B i C són les matrius  $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $C = \begin{pmatrix} 3 & -3 \\ -7 & 1 \end{pmatrix}$ .

Trobeu una matriu X que compleixi  $XA + 2B = C$ .

- 2.4.- Considerem els vectors de  $\mathbb{R}^3$   $\vec{u}_1 = (1, p, 1)$ ,  $\vec{u}_2 = (p, -1, 1)$ ,  $\vec{u}_3 = (-5, 0, 1)$

Decidiu per quins valors del paràmetre p, els vectors  $u_1$ ,  $u_2$ ,  $u_3$  són una base de  $\mathbb{R}^3$ .

Trobeu les components del vector (1,1,1) a la base de les u.

- 2.5.- Discussiu i resoleu quan sigui possible, segons els valors del paràmetre  $a$ , el sistema

$$\text{d'equacions lineals } \begin{cases} a^2x + ay + z = 1 \\ x + y + az = 1 \\ x + ay + a^2z = 1 \end{cases} .$$

- 3.1.- Considerem els plans d'equacions  $\pi_1: -2x+3y+2z=2$ ,  $\pi_2: ax+y+3z=1$  i  $\pi_3: x-ay+z=3$ .  
Discussiu en funció del paràmetre  $a$  la seva posició relativa i quan tingui una recta comuna, doneu-ne la seva equació reduïda.

3.2.- Donades les rectes  $r: 2x = y + 1 = \frac{z+1}{a}$  i  $s: \begin{cases} y - 2x = a \\ 3x - z = 1 \end{cases}$

estudieu-ne la seva posició relativa en funció de  $a$  i

Quan  $r$  i  $s$  determinin un pla, trobeu-ne la seva equació.

- 3.3. Considerem la família de plans  $\pi_a: x + 2y + az = 1$ , i la recta  $r$  que passa pels punts de coordenades  $(1, -2, 6)$  i  $(2, 0, 2)$ .

Trobeu l'equació reduïda de la recta  $r$  i el valor del paràmetre  $a$  si la distància de  $\pi_a$  al punt  $(1,1,1)$  és 1; en aquest cas, quin angle formen  $r$  i aquest pla?

- 3.4.- Entre els plans de la família  $\pi: x + ay + z = b$ , determineu els que passen pel punt  $(1,1,1)$  i formen un angle de  $\pi/3$  amb la recta  $4x = 4y = z$ .

- 3.5- Trobeu el simètric del punt  $A=(4,5,5)$  respecte de la recta  $x=2y=3z$ .