

S.1.- Estudieu i resolueu quan sigui possible els sistemes lineals següents:

$$\text{a) } \begin{cases} 2x + 3y = 0 \\ x + 2y = 1 \\ x - 2y + 3z = -1 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} x + 2y + 3z = 5 \\ -2x + 3y - z = 5 \\ y - z = 2 \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} 2x + 3y = 0 \\ x + 2y = 1 \\ x - 2y + 3z = -1 \\ 3x + y + 3z = -1 \end{cases}$$

$$\text{d) } \begin{cases} 2x + 3y = 8 \\ 3x - 2y = -1 \\ 4x + y = 9 \\ x + 1.5y = 4 \end{cases}$$

$$\text{e) } \begin{cases} 2x + 3y = 8 \\ 3x - 2y = -1 \\ 4x + y = 9 \\ 5x + y = 11 \end{cases}$$

$$\text{f) } \begin{cases} 2x + 3y - 2 = 0 \\ -2y + 5x + 14 = 0 \\ x + 4y = 6 \\ 5y + 6x = -2 \end{cases}$$

$$\text{g) } \begin{cases} 2x + y - z - 1 = 0 \\ \\ 4x + 2y - 2z = 3 \end{cases}$$

$$\text{h) } \begin{cases} x + y + z = 1 \\ x - y + z = 1 \\ 5x + 1243y + 5z = 5 \end{cases}$$

S.2.- Del sistema següent, en sabem que té la solució $(1, -2, 1)$; trobeu el valor de k i resolueu el sistema.

$$\begin{cases} 2x + 3y + z = -3 \\ x - 2y + z = 6 \\ 3x + y + 2z = k \end{cases}$$

S.3.- Determineu per quins valors del paràmetre a , el sistema $\begin{cases} a^2x + ay + 10z = 12 \\ 5x + 2y + 14z = 21 \\ x + a^2y - 2az = 9 \end{cases}$ té la solució $x=1, y=1, z=1$ i resolueu-lo en aquest cas.

S.4.- Discutiu i resolueu en funció del paràmetre, els sistemes lineals següents:

$$\text{a) } \begin{cases} x - 3y + 5z = 2 \\ 2x - 4y + 2z = 1 \\ 5x - 11y + 9z = a \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} ax + y - z = 1 \\ -x + ay + z = 1 \\ x - y + az = 1 \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} 4x + 6y - kz = 2 \\ 2x + 3y - 4z = 1 \\ x + y + kz = 10 \end{cases}$$

$$\text{d) } \begin{cases} ax - 7y + 3z = 4 \\ 2x + 3y + z = 2a \\ 1.5x - y + z = 3 \end{cases}$$

$$e) \begin{cases} x + \frac{1}{2}y - z = 1 \\ 2x + y + az = 0 \end{cases}$$

$$f) \begin{cases} 2x + y = 0 \\ 5x + 2z = 3 \\ x + y = 3 \\ 4x + (a+1)y + 2z = 6 \end{cases}$$

$$g) \begin{cases} ax + a^2y + a^3z = a \\ x + ay + a^2z = a^2 \\ x + y + az = a^3 \\ x + y + z = a^4 \end{cases}$$

$$h) \begin{cases} ax + y + z = 1 \\ x + ay + z = 0 \\ x + y + az = 2 \\ x + y + z = a \end{cases}$$

$$i) \begin{cases} 5x - (a+5)y + 5z = a \\ 2x - 5y + 3z = 1 \\ x + 3y + (1-a)z = 0 \end{cases}$$

$$j) \begin{cases} x + ay + z = a + 2 \\ x + y + az = -2(a+1) \\ ax + y + z = a \end{cases}$$

$$k) \begin{cases} 3x - 2y + z = 2 \\ x - 4y - z = 0 \\ x + y + az = 1 \\ 4x - y + 2z = \end{cases}$$

$$l) \begin{cases} ax + y + z + t = 1 \\ x + ay + z + t = a \\ x + y + az + t = a^2 \\ x + y + z + at = a^3 \end{cases}$$

S.5.- Discuti i resolueu els següents sistemes homogenis:

$$a) \begin{cases} x + y + z = 0 \\ x - y + z = 0 \\ x + z = 0 \\ 3x + 4y + 3z = 0 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} x + ay + a^2z = 0 \\ ax + y + z = 0 \\ a^2x + y + z = 0 \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} ax + y + z = 0 \\ x + ay + z = 0 \\ x + y + az = 0 \end{cases}$$

$$d) \begin{cases} x + 2ay + z = 0 \\ x + y + z = 0 \\ x + y + 2az = 0 \end{cases}$$

S.6.- Discuti en funció dels paràmetres a i b, els sistemes lineals següents:

$$a) \begin{cases} 2x + y = 1 \\ x + y - 2z = 1 \\ 3x + y + az = b \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} 2x - y + z = 3 \\ x - y = 2 - z \\ 3x - y - az = b \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} 2x + ay + bz = 4 \\ x + z = 2 \\ x + y + z = 2 \end{cases}$$

$$d) \begin{cases} ax + a^2y + a^3z = b \\ ax + ay + a^2z = b \\ ax + ay + az = b \end{cases}$$

S.7.- Discutiu i resolcu el següent sistema d'equacions lineals, en funció del paràmetre a.

$$\begin{cases} 4x - y + z = 0 \\ x + y + z = 1 \\ -2x + 3y + z = 2 \\ -x + 4y + az = 3 \end{cases}$$

Quan és compatible, admet alguna solució on x, y i z siguin enters?

S.8.- Resolcu si és possible el sistema següent:

$$\begin{cases} 12y^2 + 18z^2 = 1 \\ 16x^2 + 24z^2 = 1 \\ 24x^2 + 30y^2 = 1 \end{cases}$$

S.9.- Estudieu i resolcu el sistema:

$$\begin{cases} 3x + 2y - z = 4 \\ x + 2y - 3z = 4 \\ -y + 2z = -2 \end{cases}$$

Decidiu si hi ha alguna solució formada exclusivament per números positius.

S.10.- Determineu els valors de a, pels qual el sistema següent, admet solucions que formen una progressió aritmètica.

$$\begin{cases} x + 4y + az = 1 \\ 3x + 5y + z = 3 \\ 4x + 3y + 2z = 3 \end{cases}$$

Per aquests valors del paràmetre, calculeu-ne les solucions.

S.11.- Determineu els valors del paràmetre a, pels quals el sistema homogeni següent, admet solucions diferents de la trivial que formen una progressió aritmètica.

Per aquests valors del paràmetre, doneu les solucions que estan en progressió.

$$\begin{cases} ax - ay + 3z = 0 \\ \\ -x + 3y + az = 0 \end{cases}$$

S.12.- Una fàbrica disposa de tres màquines A, B i C, que produeixen el mateix article. Si les tres màquines funcionen a la capacitat màxima, la fàbrica produeix 1500 articles per dia. Si les màquines A i B funcionen a la capacitat màxima i la C a 2/3 de la capacitat màxima, la producció baixa un 10%. Si només funcionen les màquines B i C, totes dues a la potència màxima, la producció és un 60% de la màxima. Quina és la capacitat productiva de cada màquina?

S.13.- Trobeu un número de tres xifres, sabent que la suma d'aquestes és 9 i que si invertim l'ordre, ens resulta un altre número que és 99 unitats menor que el primer i que la xifra de les centenes és el doble que la xifra de les unitats.

S.14.- Un monument està format per tres torres A, B i C. L'altura de la torre B és 3/4 de la de A. L'altura de C és el doble que la de A. Finalment, la torre C és 4 metres més alta que 4/3 de la torre B. Quant fa cada torre?

- S.15.- Una companyia constructora compra tres terrenys a 150 €/m^2 , 180 €/m^2 i 200 €/m^2 , respectivament. Calculeu la superfície de cada un sabent que entre tots tres fan $1\,870 \text{ m}^2$, que el preu total de l'operació és de $336\,000 \text{ €}$, i que el preu del tercer representa les tres quartes parts del preu dels altres dos junts.
- S.16.- Un magatzem rep un camió carregat amb 30 tones de poma de tres varietats A, B i C, que compra a 110, 120 i 140 ptes el kg respectivament. El cost total de l'operació és de 35.950 € .
El magatzem ven les pomes de les varietats A i B un 20% més cares i les de la C un 30% més cares, obtenint un benefici total de 8100 € . Calculeu quantes tones de cada varietat transportava el camió.