

G E.1.- Donades les rectes  $r: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{a} = \frac{z-3}{3}$  i  $s: \frac{x-1}{a} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-4}{3}$

determineu els valors de  $a$  pels quals les rectes  $r$  i  $s$  són perpendiculars.

G E.2.- En un sistema de coordenades rectangulars tenim els plans donats per les equacions  $\pi_1: ax + 2y + 3z + a = 0$  i  $\pi_2: 2x + ay + 3z - a = 0$ ; determineu els valors de  $a$  pels quals  $\pi_1$  i  $\pi_2$  són perpendiculars.

G E.3.- Donades les rectes d'equacions:  $r: \frac{x-1}{2} = \frac{2y+1}{a} = \frac{z-1}{7}$  i  $s: \frac{x-3}{a} = \frac{y-4}{3} = \frac{z+a}{2}$

- Busqueu  $a$  si  $r$  i  $s$  són perpendiculars.
- Quan són perpendiculars, trobeu el pla paral·lel a  $r$  i  $s$  que passa per l'origen.

G E.4.- Donats els plans  $\pi_1: 3x-2y+4z=6$  i  $\pi_2: x-6y+az=2$ .

- Determineu per quins valors del paràmetre  $a$   $\pi_1$  i  $\pi_2$  són perpendiculars.
- Per aquests valors del paràmetre, trobeu una recta paral·lela als dos plans, que passi pel  $(1,1,1)$ .

G E.5.- Busqueu el pla que passa pel punt de coordenades  $(1,2,3)$ , que és perpendicular al pla d'equació  $x + y + z = 7$  i és paral·lel a la recta d'equacions

$$\frac{x}{2} = \frac{y-7}{3} = \frac{z-4}{3} .$$

G E.6.- Busqueu una recta que passi pel punt  $(1,1,1)$  sigui perpendicular a la recta:

$$\frac{x - \sqrt{2}}{2} = \frac{y - \sqrt{3}}{3} = \frac{z - \sqrt{5}}{5} \text{ i paral·lela al pla } 2x - 3y + 4z = \sqrt{17} .$$

G E.7.- Busqueu el pla que passa per la recta d'equacions

$$\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-7}{5} \text{ i és perpendicular al pla } y = 0 .$$

G E.8.- Considerem la recta  $r: \frac{x+a}{3} = \frac{3y+1}{2} = \frac{z-1}{4}$  i el pla  $\pi: -6x + ay - 8z = 1$ .

- Trobeu els valors de  $a$  pels quals  $r$  i  $\pi$  són perpendiculars.
- Per aquests valors de  $a$ , trobeu una recta paral·lela a  $\pi$ , que passi pel punt  $(1,1,1)$  i talli a  $r$ .

G E.9.- Per quins valors de a i b la recta  $r: ax = by = z$  i el pla  $\pi: bx + ay - 2z = 3$  són perpendiculars?

Si r i  $\pi$  són perpendiculars, hi ha algun valor de a i b pels quals el pla  $\pi$  sigui paral·lel a la recta  $x=y=z$ ?

G E.10.- Es consideren els plans  $\pi_1: 2x+nz=6$  i  $\pi_2: x+y-z=2$  i la recta  $r: \begin{cases} 3x + y + mz = 1 \\ 7x + 2y + 6z = 0 \end{cases}$

- a) Calculeu els valors de m i n si sabem que r i  $\pi_1$  són paral·lels.  
 b) Digueu si existeixen n i m tals que  $\pi_1$  i  $\pi_2$  són perpendiculars i r i  $\pi_1$  paral·lels.

G E.11.- Donada la recta  $r: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{4}$

trobeu la recta perpendicular a r que la talla i passa per l'origen de coordenades.

G E.12.- Determineu la recta que passant pel punt mitjà dels de coordenades (1,2,3) i (3,2,1), és perpendicular a les rectes d'equacions

$$\frac{x}{3} = \frac{y+17}{2} = \frac{z+14}{3} \quad \text{i} \quad \frac{x}{2} = \frac{y}{7} = \frac{z+144}{2}.$$

G E.13.- Trobeu la perpendicular comuna que talla les rectes  $r: 3x = 2y = z$  i  $s: \begin{cases} z + 1 = 0 \\ -y = x - 1 \end{cases}$

G E.14.- Trobeu un punt del pla  $y=0$ , que estigui sobre la recta que és perpendicular al pla del triangle de vèrtex  $A=(0,0,0)$ ,  $B=(1,0,0)$  i  $C=(1,1,1)$ , i passa pel baricentre d'aquest triangle.

G E.15.- Trobeu la projecció ortogonal de l'origen de coordenades sobre el pla  $x + 2y + 3z = 4$ .

G E.16.- Considerem al recta  $r: \frac{3x - \sqrt{3}}{3} = \frac{3y - \sqrt{3}}{3} = \frac{\sqrt{3} - 3z}{6}$

Calculeu les coordenades del peu de la perpendicular traçada desde l'origen de coordenades a la recta r i calculeu després la distància de l'origen a aquesta recta.

G E.17.- Calculeu el simètric del punt (3,4,5) respecte del pla  $2x + y - 3z + 7 = 0$ .

G E.18.- Calculeu el simètric del punt (5,4,-2) respecte la recta  $\begin{cases} 3x - z = 6 \\ 4x - 2y = 3 \end{cases}$ .

G E.19.- Calculeu l'angle format pels plans  $\pi_1: 2x - 2y + z = 1$  i  $\pi_2: 2x + 3y + z = -2$ .

G E.20.- Trobeu les rectes del pla  $z=0$ , que passen per l'origen de coordenades i formen un angle de  $60^\circ$  amb la recta d'equacions  $z=0$ ,  $y = 2x + 4$ .

G E.21.- Donada la recta d'equacions  $r: x = y = az$ , trobeu per quins valors d'a, forma un angle de  $45^\circ$  amb el pla  $x + y + z = 1$ .

G E.22.- a) Raoneu que els plans  $(2m-1)x+(1-3m)y+mz+4m=3$ , passen per una mateixa recta.  
 b) Donada la recta  $r: x = -2y = -4 - 2z$ , trobeu els plans de la família anterior, que formen un angle de  $30^\circ$  amb  $r$ .

G E.23.- Doneu la distància entre els plans  $3x - y + 5z = 3$  i  $21x - 7y + 35z = 8$ .

G E.24.- Considerem el pla d'equació  $\pi: (x,y,z)=(2+\lambda,\beta,1+2\lambda-2\beta)$ , trobeu els plans paral·lels a  $\pi$ , que estan a distància 5 del pla  $\pi$ .

G E.25.- Considerem el pla  $x + z = 0$ . Trobeu tots els punts P d'aquest pla tals que la distància de P a l'origen de coordenades O val 1 i que la recta OP forma un angle de  $45^\circ$  amb el pla  $x - z = 0$ .

G E.26.- Donats els punts  $A=(2,-1,2)$ ,  $B=(1,1,1)$ ,  $C=(3,3,-1)$  i  $D=(-1,2,1)$ , trobeu:  
 a) Area del triangle ABC. b) Volum del teràedre ABCD.

G E.27.- Donada la recta  $r$  d'equacions  $x = ay = az$ , calculeu el valor de a si el punt d'intersecció de la recta  $r$  amb el pla  $\pi: x+y+z=1$ , està a distància 1 de l'origen.

G E.28.- Trobeu el valor de a si la recta  $r: ax = y = z$  dista 1 u del punt de coordenades (1,1,1).

G E.29.- Considereu el pla d'equacions  $x + z = 0$ . Trobeu tots els punts P d'aquest pla tals que la distància de P a l'origen de coordenades O és 1 i que la recta OP forma un angle de  $45^\circ$  amb el pla  $x - z = 0$ .

G E.30.- Trobeu les coordenades del quart vèrtex del paral·lelogram ABCD, sabent que  $A=(1,1,0)$ ,  $B=(-2,3,1)$  i  $C=(4,-1,2)$ . Trobeu també la seva àrea.

G E.31.- Trobeu el pla que passa per la recta  $r: \begin{cases} y + z = 1 \\ x = 0 \end{cases}$  i amb les seves interseccions

amb els eixos de coordenades, determina un triangle de superfície  $5u^2$ .

G E.32.- Calculeu el valor que cal que tingui  $a$  perquè l'àrea del triangle format per les interseccions dels eixos amb el pla  $ax+3y+z-2=0$  sigui 4.