1.- Calculeu la primera derivada de les funcions següents, simplificant el resultat el màxim possible.

1) $y = x^5 - 4x^4 + 2x - 5$ 2) $y = \frac{2}{3}x^6 - \frac{4}{5}x^2 + 3x$ 3) $y = \frac{x-4}{x+5}$

4) $y = \frac{x}{1+x^2}$ 5) $y = \frac{x-3}{(x+5)^2}$ 6) $y = \frac{5}{1+2x^2}$

7) $y = \frac{(x-3)^2}{(x-2)^2}$ 8) $y = \frac{x^2}{1+x^2}$ 9) $y = \frac{(2x-3)^2}{(2x-2)^2}$

10) $y = \frac{3x^2}{1-x}$ 11= 7) $y = 6^{3x-2}$ 12) $y = e^{5x}(3x^2-6)$

13) $y=3\sin(4x-5)$ 14)$y=-2\ln(5x^2+x)$ 15) $y = \frac{e^x}{1+e^x}$

16) $y = (3x^2 - 5x)\sin\frac{x}{2}$ 17) $y = \frac{e^{-x}}{1+e^x}$ 18) $y = \frac{3-5e^x}{2+e^x}$

19)) $y = tg\, x - x$ 20) $y = ctg^2\frac{x}{2}$ 21) $y = \log \sin^2 x$

22) $y = tg\frac{x}{3}$ 23) $y = x\, tg\, x$ 24) $y = \ln tg\, 2x$

25) $y = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$ 26) $y = \sqrt{\frac{3x^2}{1-x}}$ 27) $y = \sqrt[5]{\frac{3x^2}{1-x}}$

28) $y = \sqrt[6]{\frac{3x+4}{3x^3-x}}$ 29) $y = \frac{1+\sin x}{1-\sin x}$ 30) $y = \frac{x^4}{1+x+x^2}$

31) $y = \frac{e^{x^2} - e^{-x^2}}{e^{x^2} + e^{-x^2}}$ 32) $y = \frac{\cos^5 x}{(1-\cos x)^5}$ 33e) $y = \sqrt[4]{\frac{3x^2+2}{3x^2-2}}$

34) $y = \ln\sqrt[4]{\frac{1-\cos x}{1+\cos x}}$ 35) $y = e^{x-tg\, x}$ 36) $y = 7^{3x-5}$

37) $y = 7^{5\sin(x-5)}$ 38) $y = e^{2x}\, tg(3x+8)$ 39) $y = \ln(x+3+\sqrt{x^2+6x})$

40) $y = \frac{x\sqrt{x}-1}{x-1}$

2. Trobeu els valors de a i b, sabent que la funció $f(x) = \begin{cases} a\sqrt{x}+b & x \geq 2 \\ b(x-1)^2 + x & x < 2 \end{cases}$

és contínua a tots els reals i que $f'(-2) = 1$.

3. Donada la funció $f(x) = \begin{cases} x^2-1 & \text{si} \quad x \leq 0 \\ a+b(x-2) & \text{si} \quad 0 < x \leq 1 \\ 3 & \text{si} \quad x > 1 \end{cases}$, calculeu els valors de a i b,

perquè la funció sigui contínua. Per als valors obtinguts, estudieu la derivabilitat.

4.- Trobeu l'equació de les rectes tangents a $y= 2x^2 -5x -3$ en els seus zeros.

5..- Trobeu l'equació de la tangent a $y = \sqrt{3x-5}$ en el punt d'abscissa 2.

6.- Calculeu l'equació de la tangent i la normal a $y = ctg^2 \frac{x}{2}$ en el punt d'abscissa $\pi/2$.

7.- Trobeu l'equació de les tangents a $y=3x^2 - 9x$ en els seus zeros. Calculeu l'angle en que es tallen aquestes tangents.

8.- Donada la funció $y = \frac{x^2}{1+x^2}$, trobeu els punts de la corba que tenen pendent 1.

9.- Calculeu l'equació de la tangents i la normal a $y = e^{3x+1}$ en el punt d'abscissa -1/3.

10.- El valor de k si la tangent a $y = \frac{k}{4+3x^2}$ en el punt d'abscissa 0, és paral·lela a la recta $y=2x+3$.

11.- Calculeu l'equació de les tangents a $y=x^3-3x^2-4x+5$, que són paral·leles a $8x + 2y = 5$.

12.- **.** En quins punts de la gràfica de $y = x + \ln x$ la seva tangent és perpendicular a la recta $2x + 4y = 5$?

13- Trobeu l'equació de les tangents a $y=e^x$, que passen per l'origen de coordenades.

14.- Trobeu la normal a la funció $y = x^3 - 3x^2 -4x -2$, que és paral·lela a la recta $2x - 8y + 3=0$.

15.- Busqueu els punts de la corba $y = 10 x^3 + 2 x^2 - x + 1$, en els quals la tangent és perpendicular a la tangent en el punt (0,1).

16.- Determineu els valors de a per tal que les tangents a la corba $y = ax^3 - a^2 x^2 +7x-18$ en els punts d'abscisses 1 i 2, siguin paral·leles.

17.- Es considera la família de funcions $y = \frac{k\sqrt{x}}{1+x^2}$ que depèn del paràmetres k.
Trobeu en funció de k, l'equació de la recta tangent en el punt d'abscissa 4.
Quin valor ha de tenir k, per tal que la tangent en el punt d'abscissa 4, sigui paral·lela a la recta d'equació $17 x - 47 y = 35$?

18.- Donada la funció $y = x^3 - 4x + 5$, trobeu l'equació de les tangents a aquesta funció que passen pel punt de coordenades (2,5).

19.- Estudieu el creixement de les funcions següents:

a) $y = x^5 - x^3$

b) $y = x^2 + 2x - 15$

c) $y = \dfrac{x - 4}{x + 5}$

d) $y = \dfrac{x}{1 + x^2}$

e) $y = \dfrac{x - 3}{(x + 5)^2}$

f) $y = \dfrac{1}{1 + x^2}$

g) $y = \dfrac{2x^2 - 8}{9 - x^2}$

h) $y = \dfrac{x^3}{x^2 - 1}$

i) $y = \dfrac{(x - 3)^2}{(x - 2)^2}$

j) $y = \dfrac{x^2}{1 + x}$

j) $y = x^2 e^x$

k) $y = \dfrac{x}{4 - x^2}$

20.- Estudieu els extrems de les funcions de l'exercici anterior.

21.- Estudieu les asímptotes de l’exercici 19

22.- Estudieu el gràfic de les funcions de l'exercici 19.

23.- Trobeu dos números que sumin 28 i que el seu producte sigui màxim.

24.- Descomposeu el número 44 en dos factors tals que la seva suma sigui mínima.

25.- Trobeu les dimensions del major rectangle de perímetre 25 m.

26.- D'entre tots rectangles inscrits en una circumferència de radi 2 m, calculeu les dimensions del que ocupa major àrea.

27.- Es disposa de 300 m de filferro per a tancar un camp de forma rectangular. Un dels costats de la tanca, es situa al costat d'un riu que no cal cercar. Quines són les mides dels costats del rectangle si es vol que l'àrea sigui màxima?

28.- D'entre tots el rectangles d'àrea 3 m^2, trobeu les dimensions del que té mínim el producte de les longituds de les seves diagonals.

29.- La suma de les arestes d'un prisma recte de base quadrada és de 24 m . Calculeu les dimensions del prisma si el volum és màxim.

30.- Una finestra romànica té un metre de perímetre, calculeu les dimensions si la il.luminació és màxima.

31.- Un estel té la forma d'un sector circular de perímetre 2 m. Determineu-ne les dimensions per tal de que la superfície sigui màxima.

32.- Considerem un triangle del primer quadrant, format pels eixos de coordenades i per una recta que passa per (1,7).
Trobeu l'equació d'aquesta recta, si sabem que el triangle té àrea mínima.

33.- Es vol construir un dipòsit de fons quadrat sense tapa per contenir 100 l. d'aigua. Quines dimensions ha de fer per tal que en la seva construcció és faci ús de la menor quantitat possible de material?

34.- Un prisma recte té per bases dos triangles equilàters i un àrea total de $6\sqrt{3}$ m^2. Trobeu-ne les dimensions si sabem que té un volum màxim.

35.- L'àrea total d'un cilindre circular és de 6 m^2, trobeu les seves dimensions si té un volum màxim.

36.- Un cilindre té de volum 8π m^3, trobeu-ne les dimensions si sabem que té una àrea mínima.

37.- D'entre tots els cilindres inscrits en una esfera de radi 1 m, trobeu el de major volum.

38.- Calculeu les dimensions d'un con inscrit en una esfera de radi 1 mm, si sabem que té volum màxim.

39.- Un dipòsit de camió cisterna té la forma de cilindre on s'han substituït les bases per dues semiesferes.
Si el material de les semiesferes costa el 1000 €/m^2 i el del cilindre 500 €/ m^2.
Si es vol que el volum sigui de 50 000 litres, trobeu les dimensions per que el cost sigui mínim.

40.- Trobeu els punts de la paràbola $y^2 = 9x$, que estan a una distància mínima del punt (8,0).

41.- Es disposa de 50 unitats d'un producte, cada una de les quals té un preu de sortida de 100 € unitat. Per cada 5 € que s'augmenta el preu, es perd un client , deteriorant-se una unitat del producte.
Quin és el preu per unitat que més ingressos proporciona?