1.- Apliqueu, si es pot, el teorema dels increments finits lo a la funció $y= 3 \ln x^3$ a l'interval $[1,e^4]$.

2.- Estudieu si és aplicable el teorema de Cauchy a les funcions $y=2x$ i $y=\ln x$ a l'interval $[1,e]$, en cas afirmatiu, calculeu el punt predit pel teorema.

3.- Estudieu si és aplicable el teorema de Cauchy a les funcions $y = |x|$ i $y = x^4-3x^2$ a $[-1,2]$, en cas afirmatiu, calculeu el punt predit pel teorema.

4.- Podem garantir l'existència una tangent a la corba $y = x^3$,que sigui sigui paral·lela a la secant que passa pels punts (0,0) i (2,8), en cas afirmatiu trobeu aquesta tangent.

5.- Calculeu els límits següents:

a) $\displaystyle \lim_{x\to 0} \frac{x^2}{x - \sin x}$ b) $\displaystyle \lim_{x\to 0} \frac{x^2}{e^x - 1}$

c) $\displaystyle \lim_{x\to 3} \frac{\sqrt{x^2+7} - 4}{x - 3}$ d) $\displaystyle \lim_{x\to 0} \frac{\sin x}{e^{2x} - e^{-2x}}$

e) $\displaystyle \lim_{x\to 0} \frac{\sqrt{x+4} - 2}{1 - \cos x}$ f) $\displaystyle \lim_{x\to 2} \frac{1 - \ln x}{x - e}$

6.- Deduïu el valor de $\displaystyle \lim_{x\to\infty} \frac{P(x)}{e^x}$ i $\displaystyle \lim_{x\to\infty} \frac{e^x}{P(x)}$, on P(x) és un polinomi.

7.- Construïu un esquema senzill del gràfic de les funcions següents:

a) $y = 3x \ln x^2$ b) $y = x^3 e^{2x}$

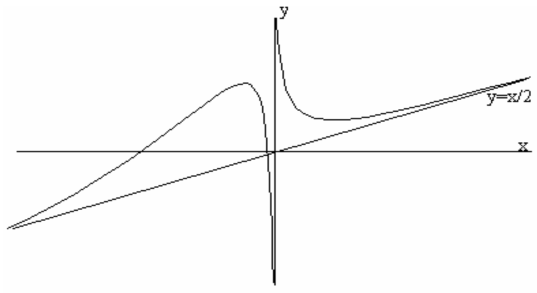
c) $y = 2 x^3 e^{-x}$ d) $y = 3 \sin^2 x - 3 \cos^2 x$

e) $y = \dfrac{\ln x}{x}$ f) $y = \dfrac{e^x}{2e^x + 3} + 4$

8.- Considerem la família de funcions $y = \dfrac{3e^x + a}{e^x + 6}$ amb a real.

a) Raoneu que totes les corbes de la família tenen dues asímptotes.
b) Raoneu que hi ha una asímptota comuna a totes les corbes i trobeu la.
c) Trobeu la corba de la família que te per asímptota la recta $y=4$.

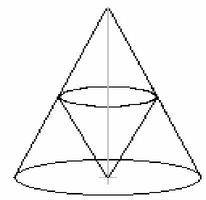
9.- El gràfic d'una funció y=f(x), és



Raoneu el gràfic de la seva derivada i feu-ne un esquema senzill.

10.- Un tub de forma cilíndrica amb una semiesfera de fons, té un àrea de 25 cm^2. Quin és el seu volum màxim?

11.- En un con de 12 cms de radi i 15 cms d'altura, es vol inscriure un altre con de volum màxim, de manera que el vèrtex del segon con coincideixi amb el centre de la base del primer. Calculeu les dimensions d'aquest con.



12- Busqueu les rectes de la família $y = 2ax + a^2$ que estan a distància mínima del punt (0,-1).

13.- Sigui Γ és una circumferència de radi 1, i A i B dos punts situats sobre un dels diàmetres, a distància 1/2 del centre (un a cada costat del centre).
D'entre tots els triangles de vèrtex A, B i C, on C és un punt de Γ, trobeu els de perímetre màxim.

14.- Es disposa de 50 unitats d'un producte, cada una de les quals té un preu de sortida de 100 € unitat. Per cada 5 € que s'augmenta el preu, es perd un client, deteriorant-se una unitat del producte.
Quin és el preu per unitat que més ingressos proporciona?

15.- Les quatre arestes laterals d'una piràmide recta de base quadrada tenen longitud 1. Digueu quin és el màxim volum que pot tenir la piràmide.

16- La resistència de flexió d'una biga de secció rectangular és directament proporcional a la base i directament proporcional, també, al quadrat de l'alçaria d'aquesta secció. Calculeu les dimensions que ha de tenir la secció rectangular d'una biga fabricada a partir del tronc cilíndric d'un arbre que fa un metre de diàmetre per tal que tingui una resistència de flexió màxima.

17.- Una estàtua de 3 m d'alçada, té la seva base 1 m per sobre de la visual d'un observador. ¿A quina distància del peu de l'estàtua ha de situar-se l'observador, per veure l'estàtua amb un angle màxim?

18.- El costat desigual d'un triangle isòsceles mesura 12 m, i l'altura sobre aquest costat és de 5 m.
Donat un punt arbitrari sobre aquesta altura, obtingueu una expressió de la suma de les distàncies d'aquest punt a cada un dels vèrtexs del triangle.
Determineu els punts sobre l'altura que compleixen que la suma de les distàncies als tres vèrtexs del triangle sigui màxima i els punts per als quals sigui mínima.